PŚenos energie elmg. vlnĚním

Víme jiğ z prvního semestru fyziky, ğe pŚi ***mechanickém vlnĚní*** pruğného hmotného prostŚedí se poļáteļní výchylka (kmity) výchozího hmotného bodu (zdroje) pŚenáğí pruğnými vazebními silami na okolní ļástice a kmitání se tak ğíŚí do dalğích a dalğích míst prostŚedí. Protoğe <u>kmitající</u> hmotný bod <u>má energii</u>, dochází tak vlastnĚ k jejímu ğíŚení, k <u>pŚenosu</u> energie v prostoru.

U ***elektromagnetického vlnĚní*** samozŚejmĚ nekmitají ğádné hmotné body, ale prostorem se ğíŚí elektromagnetické pole popsané vektory elektrické a magnetické intenzity (a indukce) a z pŚedchozích kapitol si asi pamatujete, ğe s tĚmito veliļinami je spojena elektrická a magnetická (hustota) energie, nastává tedy rovnĚğ <u>ğíŚení energie v prostoru</u>.

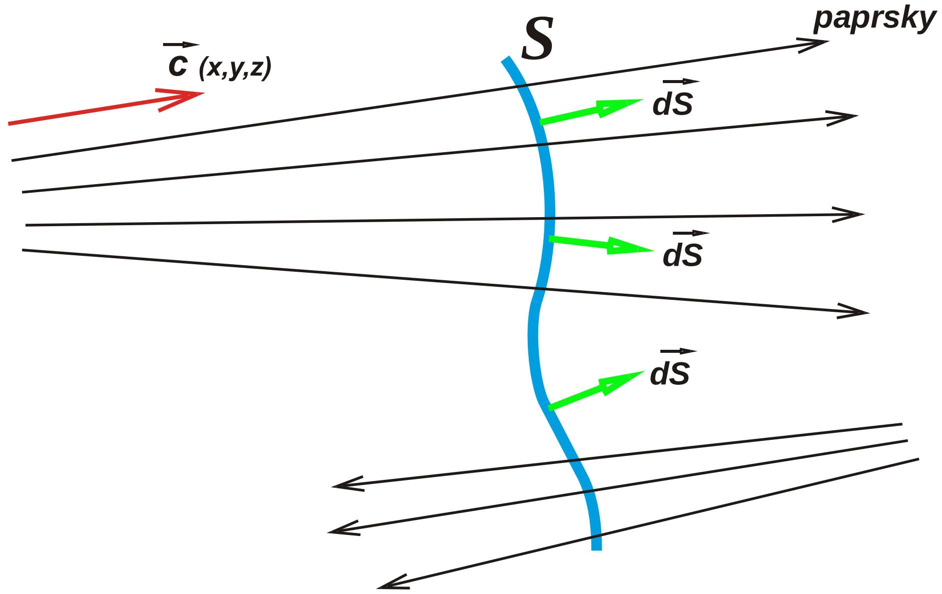
ZŚejmĚ je správné konstatování, ğe s **jakýmkoliv** postupným vlnĚním je vğdy spojen **pŚenos energie** v prostoru (proto místo vlnĚní ļasto pouğíváme slovo ĂzáŚeníñ).

VlnĚní procházející prostorem a s ním spojená energie tento prostor <u>spojitĚ vyplŔuje</u>, je tedy vğdy moğno definovat <u>hustotu této energie</u> - a smĚr vlnĚní a tedy také smĚr postupu energie je v kağdém místĚ charakterizován vektorem (fázové) <u>rychlosti</u> ï matematicky jde proto o <u>stejný problém</u> jako pŚi pohybu <u>nábojŢ</u> v prostoru, který je také popsán rychlostí nábojŢ a jejich objemovou hustotou.

NepŚekvapí nás proto, ğe definice a zákonitosti pŚenosu energie budou matematicky stejné (analogické) jako rovnice v kapitole ÄElektrický proudñ (<u>lze vyuğít pŚi uļení !!</u>).

> *<u>Pozn.:</u>* PŚenos energie a náboje také spoleļnĚ patŚí do fyzikální kategorie ÄPŚenos fyzikální veliļinyñ - a analogické matematické vztahy se pak pouğívají v rŢzných fyzikálních oborech

S veliļinou Ä***elektrický proud***ñ, vyjadŚující <u>celkový (integrální) pŚenos náboje</u> pŚes danou plochu, je analogická veliļina Ä***záŚivý tok***ñ, popisující <u>celkový (integrální) pŚestup energie</u> urļitou plochou - budeme ji tedy definovat stejným zpŢsobem :



V prostoru, kterým prochází vlnění (obecně i více různých vln), zvolíme spojitou plochu S. Musíme také současně volit (kladný) smysl přecházení této plochy, nejlépe pomocí normálových vektorů plochy $d\vec{S}$ (viz úvahy v kapitole „Elektrický proud“). Potom nechť dW je celková energie záření, která za dobu dt projde přes plochu S ve zvoleném směru (smyslu) a definujeme:

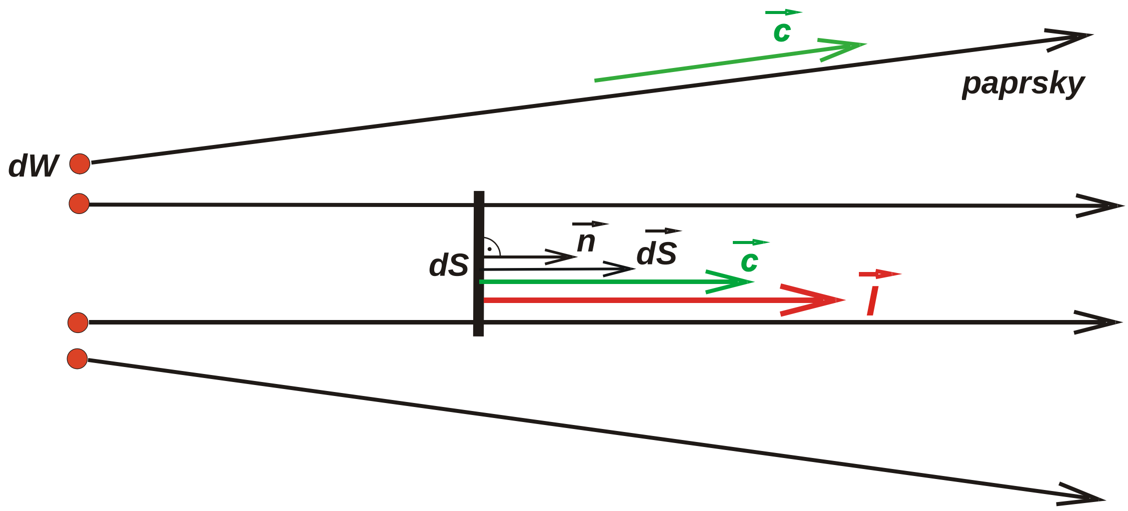
$$\boxed{P = \frac{dW}{dt}}$$ **zářivý tok** (procházející plochou S)

<u>Slovní vyjádření</u> : *je to celková energie záření (vlnění), prošlá zvolenou plochou S za jednotku času (ve stanoveném směru), tj. vlastně* ***zářivý výkon*** *prošlý plochou S.*

Fyzikální jednotkou je proto jednotka výkonu :

$$\frac{[\,J\,]}{[\,s\,]} = W\,[watt]$$

Stejně jako u nábojů i „lokální“ přenos energie v různých místech plochy S může být dosti odlišný, proto pro přesný popis pohybu energie v daném místě zavádíme vektorovou veličinu ***intenzita záření*** (plošná hustota zářivého toku) $\vec{I}$, a to následovně (viz obr.) :



V daném místě zvolíme malou plošku dS kolmou směr šíření vlnění (fázovou rychlost) $\vec{c}$ a označíme dP zářivý tok procházející touto ploškou ve směru $\vec{c}$ (stejném jako $d\vec{S}$, i jako normálový vektor $\vec{n}$).

Pak definujeme vektor intenzity záření $\vec{I}$ pomocí jeho velikosti a jednotkového vektoru :

- směr a orientaci mu přiřadíme stejnou jako má rychlost šíření vlnění $\vec{c}$, tj. jako jednotkový normálový vektor $\vec{n}$ plošky dS
- a jeho velikost definujeme vztahem :

$$\boxed{I = \frac{dP}{dS}}$$ **intenzita záření** (velikost)

<u>Slovně :</u> *je to zářivý tok procházející jednotkovou plochou kolmou ke směru šíření vlnění, nebo-li energie prošlá za 1 časů touto plochou – jde vlastně o* ***plošnou hustotu zářivého toku*** .

Jednotkou intenzity záŚení tedy je :

$$[W \cdot m^{-2}]$$

Kompletní vektorový zápis intenzity záŚení pak mŢġe být standardnŊ vyjádŚen pomocí velikosti vektoru a jeho jednotkového vektoru:

$$\boxed{\vec{I} \;=\; I \cdot \vec{n}}$$ **intenzita záŚení** (vektor)

Jiġ v úvodu jsme konstatovali (a je to zŚejmé z principu vlnŊní jako kmitání celého pruġného spojitého prostŚení), ġe vlnŊní i energie procházející prostorem tento prostor spojitŊ vyplŔuje, a tedy pro jakékoliv vlnŊní lze vġdy definovat veliļinu ***(objemová) hustota energie*** :

Jestliġe tedy objem dV obsahuje celkovou energii pŚísluġnou vlnŊní dW, potom platí :

$$\boxed{w \;=\; \frac{dW}{dV}}$$ ***hustota energie*** (vlnŊní, záŚení)

Smysl : je to energie vlnŊní obsaġená v jednotce objemu prostoru.

Pozn. : Hustota záŚivé energie, stejnŊ jako intenzita záŚení, jsou samozŚejmŊ funkce místa a ļasu :

$$\vec{I} \;=\; \vec{I}\,(\vec{r},t) \;=\; \vec{I}\,(x,y,z,t) \qquad\qquad w \;=\; w(x,y,z,t)$$

Nyní vyjádŚíme intenzitu záŚení pomocí rychlosti vlnŊní za pŚedpokladu znalosti hustoty energie w :

PŚestoġe pohyb energie v prostoru není (ani v pŚípadŊ mechanického vlnŊní) spojen s pohybem hmoty , lze stejnŊ také vyuġít veliļinu objemového toku, ovġem jen z ļistŊ geometrického hlediskañ :

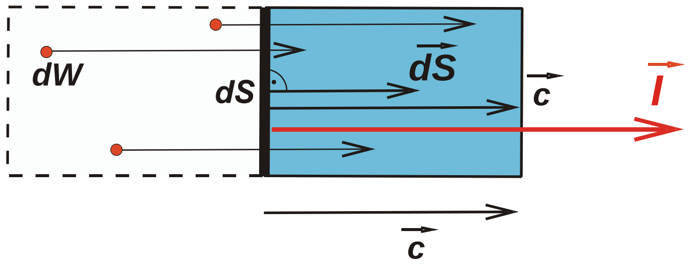
Podle definice hustoty energie je zŚejmé, ġe kaġdý objemový element prostoru obsahuje energii záŚení :

$$dW \;=\; w \cdot dV$$

A protoġe se tato energie pohybuje, mŢġeme si pŚedstavit, ġe s ní souļasnŊ (a s vlnŊním) se pohybuje i pŚísluġný geometrický objemový element.

Jestliġe potom uváġíme situaci pŚi definici intenzity záŚení, kdy je dána diferenciální ploġka dS kolmá na smŊr fázové rychlosti vlnŊní $\vec{c}$, pak objemový tok pŚes tuto ploġku (jako objem proteklý pŚes tuto ploġku za 1 ļasu, na obrázku zvýraznŊný) lze podle známého vztahu z hydrodynamiky (viz kapitola GaussŢv zákon) vyjádŚit skalárním souļinem vektoru ploġky a rychlosti, který má v pŚípadŊ rovnobŊġných vektorŢ jednoduchý tvar :

$$\vec{v} \cdot d\vec{S} \;=\; \vec{c} \cdot d\vec{S} \;=\; c\,dS$$



A vynásobením hustotou energie w získáme celkovou energii vlnŊní v tomto objemu - a to je také energie proģlá ploģkou dS za jednotku ļasu - nebo-li podle definice to je záŚivý tok pŚes tuto ploģku (která je diferenciálnŊ malá, proto i záŚivý tok pŚes ni bude takový a oznaļíme ho tedy diferenciálem) :

$$w \cdot c\, dS \;=\; dP$$

A nyní mŢģeme vypoļítat velikost intenzity záŚení :

$$I \;=\; \frac{dP}{dS} \;=\; \frac{w \cdot c\, dS}{dS} \;=\; w \cdot c$$

Protoģe je to vztah mezi velikostmi rovnobŊģných vektorŢ, mŢģeme pŚímo zmŊnit rovnici na vektorovou (nebo staļí vynásobit obŊ strany jednotkovým vektorem $\vec{n}$) :

$$\boxed{\vec{I} \;=\; w \cdot \vec{c}}$$

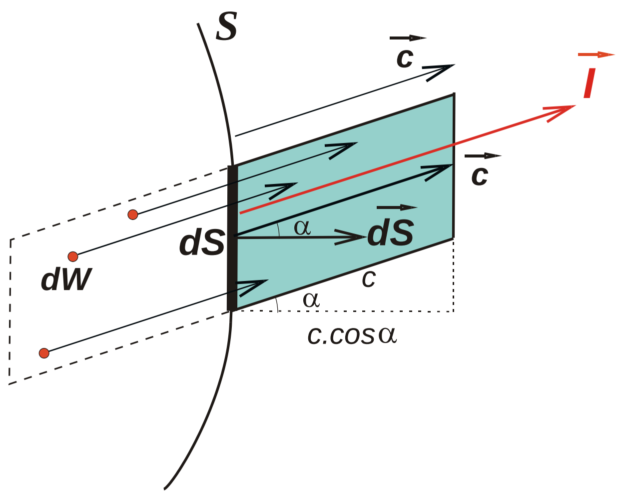
vztah intenzity záŚení a rychlosti vlnŊní

Podle tohoto vztahu nám tedy znalost hustoty energie a fázové rychlosti vlnŊní ve sledovaném prostoru umoģŘují stanovit ***intenzitu vlnŊní*** a tím získat informaci o lokálních pohybech energie v libovolném místŊ prostoru.

Pak také musí být principiálnŊ moģné urļit i celkový pŚenos záŚivé energie pŚes libovolnŊ zvolenou velkou plochu S ï tedy ***záŚivý tok*** procházející touto plochou :

Nejprve pomocí objemového toku vypoļítáme záŚivý tok pŚes její libovolnou elementární ploģku dS (protoģe má nyní tato ploģka obecnou polohu, vektory ploģky a rychlosti jiģ nejsou rovnobŊģné, musíme ponechat obecný tvar skalárního souļinu, pŚitom pouģijeme pŚedchozí vztah pro vektor intenzity záŚení) :

$$dP \;=\; w\,\vec{c} \cdot d\vec{S} \;=\; \vec{I} \cdot d\vec{S}$$



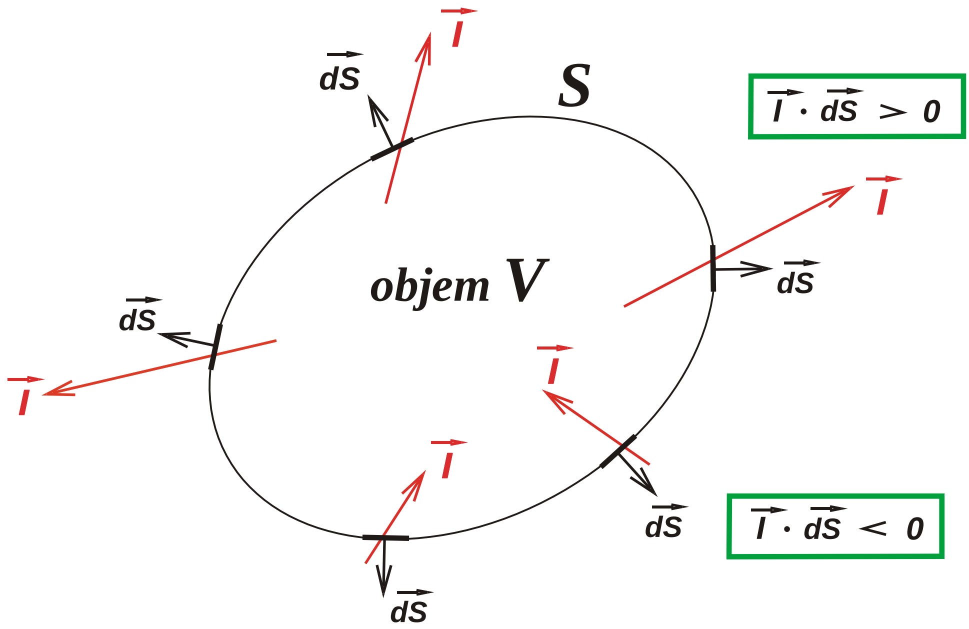
Pak celkový zářivý tok přes celou plochu S je součtem (integrálem) těchto výrazů:

$$\boxed{P = \iint_S dP = \iint_S \vec{I} \cdot d\vec{S}}$$

<u>***zářivý tok jako tok intenzity vlnění***</u>

Stejně jako u přenosu náboje sestavíme dále vztah analogický rovnici kontinuity :

V oblasti (prostoru), kterou prochází vlnění, zvolme libovolnou spojitou <u>uzavřenou</u> plochu S (taková plocha obklopuje, uzavírá nějaký objem V, můžeme si ji proto představit jako povrch tělesa o objemu V, viz obrázek) .



Napišme zářivý tok touto plochou, ve směru orientace plošek $d\vec{S}$, ven z vnitřku plochy (z objemu V) :

$$P = \oiint_S dP = \oiint_S \vec{I} \cdot d\vec{S}$$

Předpokládejme, že hodnota zářivého toku je <u>kladná</u> (tj. že vektory intenzity a vektory $d\vec{S}$ svírají <u>většinou</u> ostrý úhel, viz obr.) a uvažme jeho <u>význam</u> pro tuto speciální plochu:

- je to energie prošlá za 1 času přes plochu S, ve směru vektorů $d\vec{S}$
- tato energie proto <u>pochází</u> z vnitřku plochy S, tedy <u>z objemu</u> V
- za 1 času (po jejím uplynutí) bude tedy <u>v objemu</u> V tato energie chybět, jinak řečeno - nastane zde <u>úbytek</u> - obecně <u>změna</u> – <u>celkové energie</u> (protože objem V je částí zkoumané oblasti, ve které se pohybuje zářivá energie, obsahuje vždy nějakou celkovou energii). Tato změna energie má ovšem opačné znaménko, než velikost prošlé energie (zářivý tok) :

$$\boxed{-\oint\!\!\oint_S \vec{I}\cdot d\vec{S}}$$

Protoģe se záŚivá energie pohybuje ï a dŢsledkem toho je, ģe ven z objemu V proudí pŚes plochu S záŚivý tok ï je celková energie v objemu jistŊ <u>funkcí ļasu</u> (stále klesající, v pŚípadŊ stále kladného záŚivého toku) :

$$W = W(t)$$

A matematickým vyjádŚením zmŊny této funkce (za 1 ļasu) je její ļasová derivace :

$$\boxed{\frac{dW}{dt}}$$

Dostáváme tak zásadní matematický vztah :

$$\boxed{-\oint\!\!\oint_S \vec{I}\cdot d\vec{S} = \frac{dW}{dt}}$$

<u>rovnice kontinuity záŚivého toku</u> (integrální tvar)

Na pravé stranŊ rovnice vyjádŚená zmŊna celkové energie za jednotku ļasu ve zkoumaném objemu prostoru je vģdy pŚesnŊ rovná (na levé stranŊ rovnice uvedené) energii vyteklé za stejný ļas z tohoto objemu do okolního prostoru.

Protoģe tato rovnice jasnŊ ukazuje, jaká je fyzikální pŚíļina úbytku energie v nŊjakém objemu - ģe se energie Ăneztrácíñ , ani Ăneniļíñ, ale jen odtéká do okolí - povaģujeme ji za obecný ***<u>zákon zachování elektromagnetické energie</u>***.

Upravme tuto rovnici tím, ģe vyjádŚíme celkovou energii W v objemu V jako souļet energií ve vģech objemových elementech :

$$W = \iiint_V dW = \iiint_V w\cdot dV$$

Dosadíme do rovnice kontinuity :

$$-\oint\!\!\oint_S \vec{I}\cdot d\vec{S} = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}\iiint_V w.dV$$

Derivace a integrace na pravé stranŊ se týkají rŢzných promŊnných, proto je moģné pŚehodit jejich poŚadí. Uvaģme souļasnŊ, ģe hustota energie je stejnŊ jako intenzita záŚení funkcí místa a ļasu :

$$w = w(x,y,z,t)$$

Ļasová zmŊna hustoty energie je proto tedy pouze její parciální derivací.

$$-\oiint_S \vec{I}\cdot d\vec{S} = \iiint_V \frac{\delta w}{\delta t}\cdot dV$$

Nakonec ještě upravíme levou stranu využitím Gaussovy věty matematiky, jejíž podmínky jsou dobře splněny (uzavřená plocha, spojité funkce) - tak dostaneme :

$$-\iiint_V div\,\vec{I}\cdot dV = \iiint_V \frac{\partial w}{\partial t}\cdot dV$$

Z rovnosti stejných integrálů pak plyne rovnost funkcí :

$$\boxed{-div\,\vec{I} = \frac{\partial w}{\partial t}}$$

rovnice kontinuity zářivé energie (diferenciální tvar)

Diferenciální tvar rovnice kontinuity se vztahuje – na rozdíl od tvaru integrálního – k danému bodu prostoru, k jeho nekonečně malému okolí – – má však naprosto stejný fyzikální smysl jako integrální tvar : Divergence je přece výtok vektoru (zde energie za 1 času) z jednotkového objemu a rovná se časové změně hustoty, tj. změně energie v tomto jednotkovém objemu. Diferenciální tvar rovnice kontinuity představuje tak lokální ***zákon zachování elektromagnetické energie*** (v jednotkovém objemu v daném místě).

Všechny předchozí rovnice – definice i zákony – platí zcela obecně, pro jakékoliv vlnění.

V následujících řádcích se dále pokusíme specifikovat základní veličiny přenosu energie pro zvláštní druh vlnění, se kterým jsme se seznámili v minulé kapitole, tj. pro ***elektromagnetické vlnění***. Začneme tím, že stanovíme ***hustotu elektromagnetické energie*** :

Známe již – a pečlivě jsme ho odvodili – vztah pro hustotu elektrické energie :

$$w = \frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D}$$

A také jsme uvedli analogický vztah pro hustotu energie magnetické :

$$w = \frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{B}$$

Protože obecné elektromagnetické pole musí v sobě zahrnout jak pole elektrické, tak pole magnetické, jako svoje speciální projevy, je nejpřirozenějším předpokladem pro jeho energii, že se bude skládat z obou uvedených složek :

$$\boxed{w = \frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D} + \frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{B} = \frac{1}{2}(\vec{E}\cdot\vec{D} + \vec{H}\cdot\vec{B})}$$ ***<u>hustota energie elmg. pole</u>***

Tento předpoklad se stoprocentně potvrdil a <u>energii elektromagnetického pole</u> proto vždy můžeme interpretovat jako <u>součet energií</u> jeho elektrické a magnetické části (které jsou reprezentovány elektrickými a magnetickými vektory intenzit a indukcí) a uvedený obecný vztah pro hustotu elektromagnetické energie je platný ve <u>všech specifických projevech</u> elektromagnetického pole – platí tedy také pro elektromagnetického vlnění :

$$\boxed{w = \frac{1}{2}(\vec{E}\cdot\vec{D} + \vec{H}\cdot\vec{B})}$$ ***<u>hustota energie elektromagnetického vlnění</u>***

Pro homogenní izotropní dielektrikum jsou vektory indukce a intenzity vždy rovnoběžné :

$$\vec{B} = \mu\cdot\vec{H} \qquad \vec{D} = \varepsilon\cdot\vec{E}$$

Pak ovšem skalární součiny dávají jednoduchý výsledek :

$$\boxed{w = \frac{1}{2}(E\cdot D + H\cdot B)}$$

Z minulé kapitoly známe vztah pro fázovou rychlost elektromagnetického vlnění :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\cdot\mu}}$$

Za předpokladu, že do směru vlnění položíme osu x , můžeme tuto rychlost vyjádřit jednoduše jako vektor (pomocí jednotkového vektoru osy) :

$$\vec{c} = c\cdot\vec{i} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\cdot\mu}}\cdot\vec{i}$$

A rychlost a hustotu elektromagnetické energie pak dosadíme do obecného vztahu pro intenzitu záření :

$$\vec{I} = w\cdot\vec{c} = \frac{1}{2}(E\cdot D + H\cdot B)\cdot c\cdot\vec{i}$$

Použijeme ještě další znalosti z minulé kapitoly :

$$E = c\cdot B = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\cdot\mu}}\cdot B$$

A tedy :

$$\boxed{B = \frac{E}{c}}$$

Dále použijeme vztahy pro homogenní izotropní dielektrikum (postačí ve skalárním tvaru) :

$$B = \mu \cdot H \qquad D = \varepsilon \cdot E$$

Druhou rovnici upravíme :

$$D = \varepsilon \cdot E = \varepsilon \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}} \cdot B = \varepsilon \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}} \cdot \mu \cdot H = \sqrt{\varepsilon \cdot \mu} \cdot H$$

S ohledem na vztah pro fázovou rychlost vlnění tak dostáváme :

$$\boxed{D = \frac{H}{c}}$$

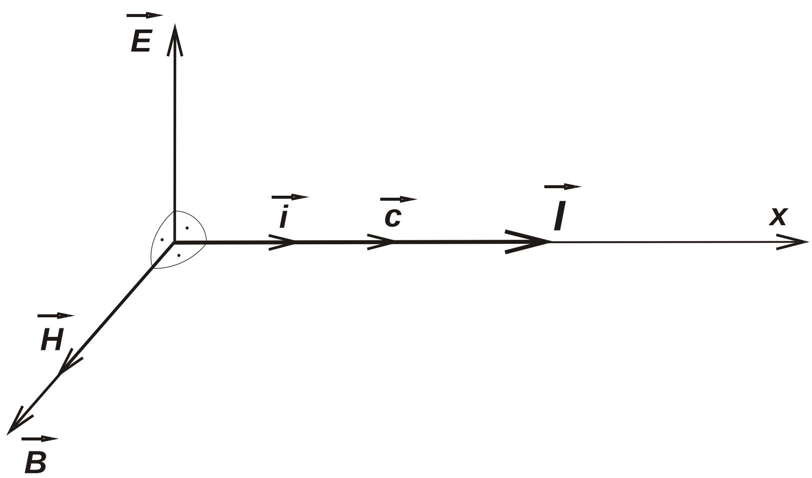
Oba (zvýrazněné) vztahy nyní dosadíme do rovnice pro intenzitu :

$$\vec{I} = w \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}\left(E \cdot \frac{H}{c} + H \cdot \frac{E}{c}\right) \cdot c \cdot \vec{i}$$

Po jednoduchých úpravách (krácení a sečtení) dostaneme :

$$\vec{I} = \frac{1}{2}(E \cdot H + H \cdot E) \cdot \vec{i} = \frac{1}{2}(2 \cdot E \cdot H) \cdot \vec{i} = E \cdot H \cdot \vec{i}$$

Uvažme směry vektorů v elektromagnetickém vlnění, které jsme poznali v minulé kapitole - vektor $\vec{E}$ je kolmý na $\vec{B}$ a tedy i na $\vec{H}$ a oba tyto vektory jsou kolmé k ose x , tj. k vektoru $\vec{I}$ (viz obr.) :



Pak může konstatovat, že součin $E \cdot H$ je právě roven velikosti vektorového součinu $\vec{E} \times \vec{H}$ a směr tohoto vektorového součinu je rovnoběžný s osou x, tj. s jednotkovým vektorem osy $\vec{i}$, i s vektorem intenzity záření $\vec{I}$

Z toho ovšem plyne jednoduchý zápis poslední rovnice :

$$\boxed{\vec{I} = \vec{E} \times \vec{H}}$$

<u>intenzita elektromagnetického vlnění</u>

Podle svého objevitele se tato veličina také nazývá ***Poyntingův vektor*** (1897)

Dodatek 1.

Dále napišme Maxwellovy rovnice a ukažme si, že z nich zákon zachování zářivé energie přímo vyplývá :

(1) $$div\,\vec{D} = \rho$$

(2) $$div\,\vec{B} = 0$$

(3) $$rot\,\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

(4) $$rot\,\vec{H} = \vec{i} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

Předpokládejme homogenní a izotropní dielektrikum bez volných nábojů a proudů, tj. :

$$\boxed{\vec{B} = \mu\cdot\vec{H} \qquad \vec{D} = \varepsilon\cdot\vec{E} \qquad \vec{i} = 0 \qquad \rho = 0}$$

Rovnici (3) vynásobíme skalárně magnetickou intenzitou a rovnici (4) elektrickou intenzitou :

(3) $$\vec{H}\cdot rot\,\vec{E} = -\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

(4) $$\vec{E}\cdot rot\,\vec{H} = \vec{E}\cdot\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

Odečteme rovnici (3) od rovnice (4), elektrické a magnetické indukce na pravé straně vyjádříme pomocí intenzit, konstanty vytkneme z derivací :

$$\vec{E}\cdot rot\,\vec{H} - \vec{H}\cdot rot\,\vec{E} = \vec{E}\cdot\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} + \vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

Součiny s derivacemi na pravé straně můžeme nahradit derivací součinů (přitom se využijí vztahy indukcí a intenzit) :

$$\vec{E}\cdot rot\,\vec{H} - \vec{H}\cdot rot\,\vec{E} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial}{\partial t}(\vec{E}\cdot\vec{D}) + \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial}{\partial t}(\vec{H}\cdot\vec{B})$$

Na pravé straně vytvoříme derivaci součtu a levou stranu upravíme pomocí obecného matematického vzorce :

$$div\,\vec{A}\times\vec{B} = \vec{B}\cdot rot\,\vec{A} - \vec{A}\cdot rot\,\vec{B}$$

Tak dostaneme :

$$div\,\vec{H}\times\vec{E} = \frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{2}\cdot(\vec{E}\cdot\vec{D} + \vec{H}\cdot\vec{B})$$

Na pravé stranĚ je ale hustota elektromagnetické energie a na levé stranĚ jsme dostali intenzitu záŚení (se záporným znaménkem) ï **vznikl diferenciální tvar zákona zachování elektromagnetické energie** :

$$\boxed{-div\,\vec{I} \;=\; \frac{\partial w}{\partial t}}$$

Odvození zákona zachování elektromagnetické energie pŚímo z Maxwellových rovnic dokazuje jejich zásadní dŢležitost pro teorii elektromagnetických jevŢ.

Vidíme rovnĚž pŚesnĚ za jakých podmínek platí tento tvar zákona zachování energie ï pro **homogenní a izotropní dielektrikum bez volných nábojŢ a proudŢ**.

> *Pozn. :* Jestliže by napŚíklad látce existovaly volné náboje a mohly by vytváŚet proudy, potom ļást elektromagnetické energie by se také jako výkon elektrického proudu pŚemĚŔovala na energii **tepelnou** ï Jouleovo teplo, které známe z elektrických obvodŢ. Zákon zachování energie by potom mĚl tvar :
>
> $$\boxed{-div\,\vec{I} \;-\; \vec{E}\cdot\vec{i} \;=\; \frac{\partial w}{\partial t}}$$
>
> ***obecný tvar zákona zachování elmg. energie***
>
> Ļasová zmĚna (úbytek) energie v jednotce objemu je tedy obecnĚ tvoŚena energií vyteklou z tohoto objemu a hustotou výkonu elektrického proudu, pŚemĚnĚnou na teplo.

Dodatek 2

Podívejme se ještĚ , jak spolu souvisí intenzita záŚení a amplituda elektromagnetických kmitŢ. PŚedpokládejme nĚjaké jednoduché vlnĚní, napŚ. postupnou rovinnou lineárnĚ polarizovanou vlnu ve smĚru osy x , v homogenním a izotropním prostŚedí. Její magnetická i elektrická indukce a intenzita jsou podle minulé kapitoly Śešením vlnových rovnic :

$$B_y \;=\; B \;=\; B_o \cdot \sin\left(\omega\cdot t - k\cdot x\right)$$

$$E_z \;=\; E \;=\; E_o \cdot \sin\left(\omega\cdot t - k\cdot x\right)$$

Použijeme také vztah mezi velikostmi tĚchto vektorŢ :

$$E \;=\; c\cdot B$$

V tomto pŚípadĚ z této rovnice plyne také stejný vztah mezi amplitudami kmitŢ :

$$E_o \;=\; c\cdot B_o$$

A rovnice pro magnetickou indukci bude mít tedy tvar :

$$B \;=\; \frac{E_o}{c}\cdot\sin\left(\omega\cdot t - k\cdot x\right)$$

Magnetickou indukci ještĚ pŚevedeme na intenzitu :

$$H = \frac{B}{\mu} = \frac{E_o}{c \cdot \mu} \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

A využijeme také vztah pro fázovou rychlost vlnění :

$$H = \sqrt{\varepsilon \cdot \mu} \cdot \frac{E_o}{\mu} \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x) = \sqrt{\varepsilon / \mu} \cdot E_o \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

Nyní již můžeme stanovit intenzitu záření podle vztahu :

$$\vec{I} = \vec{E} \times \vec{H}$$

Vektor intenzity má směr osy x, postačí tedy určit jenom jeho velikost :

$$I = E \cdot H$$

Dosadíme sem výše získané vztahy pro elektrickou a magnetickou intenzitu :

$$I = E_m \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x) \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot E_o \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x) = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot E_o^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

A dostaneme :

$$\boxed{I = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot E_o^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t - k \cdot x)}$$

intenzita elektromagnetického záření (okamžitá)

Tento výsledek nám poskytuje dvě důležité informace :

1) Okamžitá velikost intenzity záření je úměrná kvadrátu kmitů elektrické intenzity. Velikosti vektorů všech elektromagnetických veličin, tj. magnetické intenzity a indukce a elektrické intenzity a indukce jsou všechny navzájem přímo úměrné, neboť platí :

$$B = \mu \cdot H \qquad D = \varepsilon \cdot E \qquad E = c \cdot B$$

Okamžitá intenzita záření je tedy úměrná kvadrátu kmitů jakékoliv veličiny elektromagnetického pole .

2) Intenzita záření tedy není konstantní, je to funkce místa a času :

$$I = I(x,t)$$

Je také vidět, že - jako kvadrát funkce sinus – jde o periodickou funkci, s poloviční periodou oproti kmitům pole, tedy s dvojnásobnou frekvencí.

Když si uvědomíme vysokou frekvenci například viditelného světla - pro vlnovou délku 500 nm (žlutá barva) to je :

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 m/s}{500 \cdot 10^{-9}\ m} = 6 \cdot 10^{14}\ Hz$$

Potom je ovġem jasné, ġe napŚíklad <u>lidské oko nedokáġe</u> vnímat tak rychlé kmity (víme, ġe frekvence, pŚi které jiġ neregistrujeme kolísání intenzity obrazŢ je asi 60 Hz ï frekvence monitorŢ) a ġe tedy zŚejmĿ vnímáme jen **<u>stŚední hodnotu</u>** intenzity :

$$\boxed{\langle I \rangle \;=\; \bar{I} \;=\; \frac{1}{T} \cdot \int_0^T I(x,t) \cdot dt}$$

<u>Pozn.</u>: **<u>StŚední hodnota fyzikální veliļiny</u>** se vġdy definuje <u>jako myġlená konstantní hodnota</u> dané promĿnlivé veliļiny, která má bĿhem zadané doby stejný úļinek jako tato promĿnlivá veliļina.
Zde to je taková **konstantní intenzita**, pŚi které se bĿhem periody (tj. i bĿhem jakéhokoliv jejího násobku) pŚes jednotkovou kolmou ploġku pŚenese stejný záŚivý výkon :

$$P \;=\; \bar{I} \cdot T \;=\; \int_0^T I(t) \cdot dt$$

DosaŅme do integrálu naġi okamġitou intenzitu :

$$\bar{I} \;=\; \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot E_o^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t - k \cdot x) \cdot dt \;=\; \frac{1}{T} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot E_o^2 \cdot \int_0^T \sin^2(\omega \cdot t - k \cdot x) \cdot dt$$

Laskavý ļtenáŚ se snadno výpoļtem pŚesvĿdļí, ġe hodnota urļitého integrálu je $T/2$, potom bude :

$$\bar{I} \;=\; \frac{1}{T} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot E_o^2 \cdot \frac{T}{2} \;=\; \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot E_o^2$$

Zapíġeme to obecnĿji :

$$\boxed{\bar{I} \;=\; konst \;\cdot\; E_o^2}$$

<u>stŚední intenzita elmg. záŚení</u>

<u>StŚední intenzita je pŚímo úmĿrná kvadrátu amplitudy elektrické intenzity</u>, nebo - opĿt z dŢvodu pŚímé úmĿry velikostí <u>vġech</u> elektromagnetických veliļin ï je ***<u>pŚímo úmĿrná kvadrátu amplitudy jakékoliv veliļiny</u>*** elektromagnetického pole (E, D, B, H).

Takto reaguje na dopadající elektromagnetickou energii nejen lidské oko, ale i vĿtġina bĿġných detektorŢ svĿtla (fotonásobiļe, polovodiļové detektory) ï jejich signály jsou úmĿrné kvadrátu amplitudy ï jsou proto oznaļovány jako ***<u>kvadratické detektory</u>*** .

(konec kapitoly) **(K.RusŔák, 11/05)**

01/06 ï zmĿna oznaļení amplitud E_m, B_m na E_o, B_o - do souladu s pŚedchozí kapitolou