Radiometrie a fotometrie

VyzaŚování, pŚenos a úļinky energie elektromagnetického záŚení vģech vlnových délek zkoumá obor **radiometrie**, elektromagnetickým záŚením v optické oblasti se pak zabývá **fotometrie**.

V odstavci ĂPŚenos energie elmg. vlnĐnímñ jsme jiģ poznali dvĐ základní energetické veliļiny:

- **ZáŚivý tok *P***, jako celkovou energii záŚení (vlnĐní), proģlou zvolenou plochou S za jednotku ļasu (ve stanoveném smĐru), tj. vlastnĐ **záŚivý výkon** proģlý plochou S
- **Intenzitu záŚení *I***, jako záŚivý tok procházející jednotkovou plochou kolmou ke smĐru ģíŚení vlnĐní, nebo-li **ploģnou hustotu záŚivého toku**

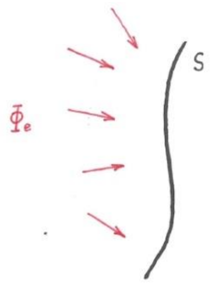
Tyto veliļiny obecnĐ dokonale popisují pohyb elektromagnetické energie v prostoru, bez ohledu na zdroje této energie a bez ohledu na její pŢsobení na okolní objekty.

Obory optiky **radiometrie** a **fotometrie** pak zejména pro studium zdrojŢ elektromagnetického (svĐtelného) záŚení a jeho úļinkŢ na hmotná tĐlesa a na lidský zrak definují dalģí vhodné veliļiny:

Radiometrické veliļiny

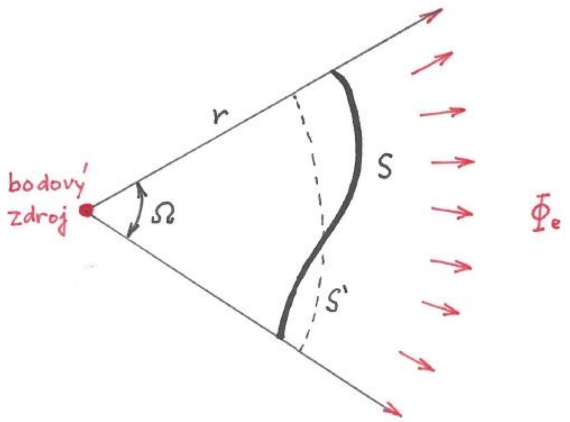
1) Výģe prvnĐ uvedený **záŚivý tok**, v radiometrii oznaļovaný Φ_e, je vhodná veliļina i pro studium vyzaŚování energie z libovolného zdroje a také i pro popis dopadu energie na hmotné objekty:

$$\boxed{\Phi_e = \frac{dW_e}{dt}} \qquad \left[J \cdot s^{-1} = W \right]$$



ZáŚivý tok je záŚivá energie proģlá za jednotku ļasu plochou S ve stanoveném smĐru (nebo dopadlá na plochu S), jinak tedy záŚivý výkon proģlý touto plochou (nebo dopadlý na ni).

2) Velmi ļasto elektromagnetické záŚení vysílá zdroj, jehoģ rozmĐry je moģno zanedbat oproti vzdálenosti ***r*** od místa pozorování (od plochy ***S***) é é .to je tzv. **bodový zdroj.**



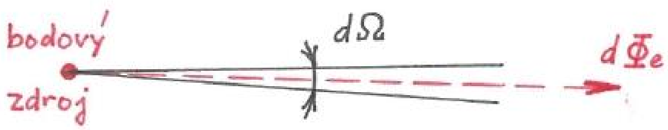
V tomto případě - z důvodu svého přímočarého šíření - vyplňuje zářivý tok Φ_e procházející plochou S celý **prostorový úhel** $\boldsymbol{\Omega}$, který je dán podílem plochy *(přesněji řečeno ekvivalentní plochy* S' *na kouli poloměru* ***r*** *)* a kvadrátu vzdálenosti ***r*** :

$$\boxed{\Omega = \frac{S'}{r^2}} \qquad [\,steradián = sr\,]$$

Pak je možno definovat veličinu **zářivost** $\boldsymbol{I_e}$ jako **podíl zářivého toku** a tohoto **prostorového úhlu**, která tak bude mít význam zářivého toku vysílaného zdrojem do jednotkového prostorového úhlu.

$$I_e = \frac{\Phi_e}{\Omega}$$

Protože vyzařování energie je často **směrově závislé** (a pak má předchozí výraz smysl pouze průměrné hodnoty zářivosti v uvedeném prostorovém úhlu) - je vhodné obecně definovat zářivost přímo v určitém **směru vyzařování** - tedy pro malý (**diferenciální**) prostorový úhel $d\boldsymbol{\Omega}$ s osou v tomto směru:



$$\boxed{I_e = \frac{d\Phi_e}{d\Omega}} \qquad \left[\,J\cdot s^{-1}\cdot sr^{-1} = W\cdot sr^{-1}\,\right]$$

Zářivost je zářivý tok vysílaný bodovým zdrojem do jednotkového prostorového úhlu v daném směru.

V případě **izotropního zdroje** - tedy s konstantní zářivostí ve všech směrech vyzařování - je ovšem možno psát jednodušeji, bez diferenciálů:

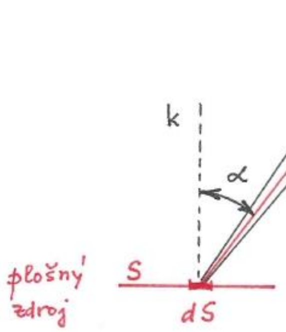
$$I_e = \frac{\Phi_e}{\Omega}$$

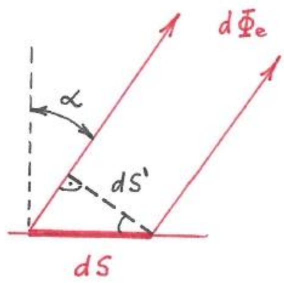
A lze také jednoduše (bez použití integrálu) vyjádřit zářivý výkon do libovolně velkého prostorového úhlu:

$$\Phi_e = I_e\cdot\Omega$$

3) Jestliže je potřeba vyhodnotit vyzařování energie **plošným zdrojem**, můžeme vytvořit veličinu analogickou předešlé **zářivosti** - pro každou malou (diferenciální) část dS tohoto zdroje - a přepočítat ji na jednotkovou plošku.

Protože ovšem z **šikmého směru** se rovinná ploška jeví svou **zdánlivou (účinnou) velikostí**, rovnou jejímu **průmětu** do roviny kolmé ke směru pozorování (vyzařování) - proto se dělá přepočet na jednotkovou plochu tohoto průmětu (viz také vysvětlení u jasu).





Definuje se tak veličina **zář** ***L_e*** **(radiance, měrná zářivost)** daného místa plošného zdroje jako **podíl zářivosti** elementární plošky na tomto místě ve zvoleném směru a její **zdánlivé velikosti** v tomto směru (směr se stanoví úhlem *α* od kolmice plochy).

$$\boxed{L_e = \frac{d\,I_e}{d\,S\cdot\cos\alpha}} \qquad \left[W\cdot sr^{-1}\cdot m^{-2}\right]$$

Zář je zářivost (v určeném směru) daného místa povrchu plošného zdroje o jednotkové zdánlivé ploše v tomto směru (o jednotkovém průmětu do roviny kolmé k tomuto směru).

Jestliže povrch (malého) plošného zdroje září ve **všech místech** stejně (**homogenní** zdroj), pak můžeme opustit diferenciály a zjednodušeně napsat vztah pro zář **celého povrchu** zdroje:

$$L_e = \frac{I_e}{S\cdot\cos\alpha}$$

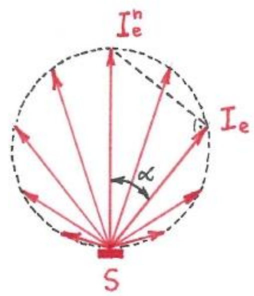
Jestliže by navíc **zář** plošného zdroje byla ve **všech směrech** konstantní (**izotropní** zdroj), pak je ve všech směrech stejná jako v **kolmém směru**, tedy lze psát:

$$L_e = \frac{I_e}{S\cdot\cos\alpha} = \left(\frac{I_e}{S\cdot\cos\alpha}\right)^n = \frac{I_e{}^n}{S}$$

A porovnáním stran dostaneme vztah pro zářivost izotropního plošného zdroje:

$$\boxed{I_e = I_e{}^n\cdot\cos\alpha}$$

Lambertův zákon



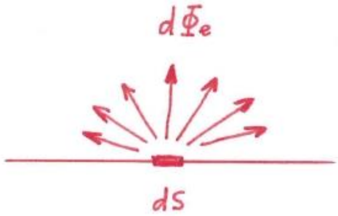
Podle Lambertova zákona zářivost izotropního rovinného plošného zdroje v každém jeho místě klesá s kosinem úhlu odklonu od kolmice k ploše – takový zdroj se také nazývá **kosinový zářič**.

Kosinovému zářiči se **nejvíce přibližuje** záření povrchu zahřátého tělesa – tzv. **tepelné záření**, a to tím více, čím méně tento povrch odráží záření od okolních těles či jiných zdrojů záření, nebo jinak řečeno - čím více tento povrch okolní záření **absorbuje** – tj. čím více je tento povrch „tmavý“.

Tzv. **absolutně černé těleso** dokonale absorbuje okolní záření, má tedy **koeficient absorpce** okolního záření roven jedné a vyzařuje pouze svoje vlastní tepelné záření jako kosinový zářič.

4) Aby bylo možno zhodnotit **celkové energetické vyzařování** povrchu plošného zdroje – tedy do všech možných směrů v **poloprostoru** - zavádí se veličina **intenzita vyzařování (exitance)** $\boldsymbol{H_e}$ jako podíl zářivého toku z elementární plošky zdroje do celého poloprostoru a velikosti této plošky:

$$\boxed{H_e = \frac{d\Phi_e}{dS}} \qquad \left[J \cdot s^{-1} \cdot m^{-2} = W \cdot m^{-2} \right]$$



Intenzita vyzařování je zářivá energie vyzářená za jednotku času do celého poloprostoru (2π) jednotkou povrchu daného místa plošného zdroje,
jinak tedy zářivý tok do celého poloprostoru (2π) vyzářený jednotkou povrchu plošného zdroje.

V minulém odstavci zmíněný **kosinový zářič** umožňuje jednoduché stanovení **intenzity vyzařování**: jestliže za předpokladu platnosti Lambertova zákona pro zářivost *(tj. zářivý tok do jednotkového úhlu v daném směru ε z plošky dS)* **integrujeme přes celý poloprostor**, dostaneme pro zářivý tok z plošky dS do celého poloprostoru jednoduchý vztah:

$$\boxed{d\Phi_e = \pi \cdot L_e \cdot dS = \pi \cdot I_e^{\,n}}$$

Vidíme, že zářivý tok, který ploška dS vysílá do poloprostoru **je pouze** π -krát větší než její zářivost v kolmém směru, **právě proto**, že podle Lambertova zákona zářivost klesá k nule s kosinem odklonu od kolmice.
Kdežto při **izotropní zářivosti** by zářivý tok z plošky dS musel být 2π – krát větší než zářivost v kolmém směru.

Po vydělení rovnice ploškou dS dostaneme vztah pro **intenzitu vyzařování**, nebo-li zářivý tok do celého poloprostoru z **jednotky povrchu** plošného kosinového (izotropního) zdroje:

$$\boxed{H_e = \pi \cdot L_e}$$

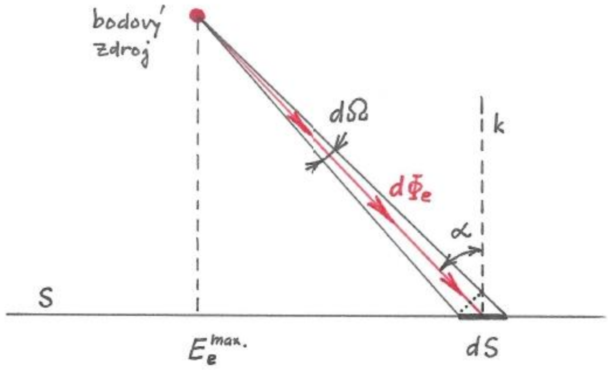
<u>***intenzita vyzařování kosinového zářiče***</u>

<u>*Pozn.:*</u> Teoretické odvození matematického vztahu pro intenzitu vyzařování zahřátých pevných těles, přesněji řečeno pro spektrální hustotu intenzity vyzařování, sehrálo principiální úlohu při vzniku moderní kvantové fyziky.
(**Planckův zákon** pro záření **absolutně černého tělesa** byl odvozen jedině za předpokladu kvantového charakteru elektromagnetického záření)

5) Pro popis **dopadu** záření na skutečnou **plochu** (povrch tělesa) se využívá „lehce modifikovaná“ v úvodu uvedená veličina intenzita záření - použije se totiž pro **libovolný úhel** dopadu záření na plochu é é proto je definována jen jako **skalární** veličina - **intenzita ozáření** $\boldsymbol{E_e}$ **(ozáření)** podílem zářivého toku a velikosti ozářené plochy:

$$\boxed{E_e = \frac{d\Phi_e}{dS}} \qquad \left[J \cdot s^{-1} \cdot m^{-2} = W \cdot m^{-2} \right]$$

Intenzita ozáření je zářivá energie dopadlá za jednotku času na jednotku plochy, je to tedy zářivý výkon dopadlý na jednotku plochy v daném místě



Je-li ploška dS ozářená bodovým zdrojem ze vzdálenosti ***r***, pak lze zářivý tok vyjádřit pomocí zářivosti zdroje I_e a **prostorového úhlu** vytvořeného ploškou dS.

Jestliže přitom zářivý tok dopadá na plošku **ve směru** pod úhlem $\boldsymbol{\alpha}$, pak pro výpočet prostorového úhlu je nutno vzít ne přímo tuto plošku, ale její **průmět** do roviny kolmé k tomuto směru :

$$d\Omega = \frac{dS \cdot \cos\alpha}{r^2}$$

Pak můžeme dosadit:

$$E_e = \frac{d\Phi_e}{dS} = \frac{I_e \cdot d\Omega}{dS} = \frac{I_e}{dS} \cdot \frac{dS \cdot \cos\alpha}{r^2} = \frac{I_e}{r^2} \cdot \cos\alpha$$

Intenzita ozáření tedy roste přímo úměrně se zářivostí zdroje a klesá s druhou mocninou vzdálenosti od zdroje.
Současně také vidíme, že intenzita ozáření narůstá s klesajícím úhlem dopadu - dosahuje tedy maximální hodnoty při kolmém dopadu zářivého toku:

$$\boxed{E_e^{max} = \frac{I_e}{r^2}}$$

Fotometrické (světelné) veličiny

Fotometrické veličiny jsou definovány principiálně stejným způsobem jako veličiny radiometrické, liší se pouze tím, že záření není hodnoceno fyzikálně podle velikosti energie, ale **účinky záření** jsou vyhodnoceny prostřednictvím subjektivního **vjemu lidského oka**.

Sítnice oka obsahuje světlocitlivé buňky (tyčinky a čípky) a **je citlivá** v oblasti elektromagnetického záření vlnových délek přibližně **360 nm až 780 nm** - tzv. **viditelné světlo**, nebo jen **světlo**
(protože vnímání světla je subjektivní fyziologický proces, nejsou tyto hranice absolutní, také v literatuře se často dosti odlišují - v desítkách nm).

Citlivost oka na záření **ovšem není konstantní** – klesá k nule u hranic viditelného světla a dosahuje **maxima** přibližně u vlnové délky 555 nm (je to zřejmý důsledek dlouhodobé adaptace člověka na sluneční svit, který je maximální také právě u této vlnové délky).

Fotometrické veličiny tedy hodnotí pouze **část energie** elektromagnetického záření:

1) **viditelné** lidským okem
2) a s přihlédnutím k **citlivosti** lidského oka na toto záření.

Kağdá **radiometrická veliļina** má proto svŢj Ăprotŋġekñ ï **fotometrickou veliļinu**, která vznikne tak, ġe nŊjakým vhodným zpŢsobem bude moġno vyhodnotit ï zmŊŚit - subjektivní zrakový vjem lidského oka a pŚiŚadit mu s pomocí vhodné fyzikální jednotky jednoznaļnou hodnotu.

NapŚíklad vjem lidského oka na dopadající **záŚivý tok *ū e*** ve wattech [W] je vyhodnocen jako veliļina **svŊtelný tok *ū*** v nových jednotkách Ălumenñ [lm].

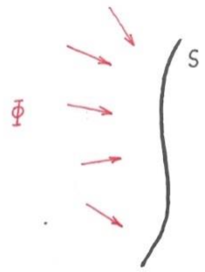
PomŊr tŊchto veliļin pak bude charakterizovat výġe zmínŊnou **citlivost (úļinnost)** oka, s níġ je dopadající elektromagnetická energie pŚemŊnŊna na subjektivní zrakový vjem:

$$\boxed{K = \frac{\Phi}{\Phi_e}}$$

Uvedeme nyní **základní fotometrické veliļiny,** ve stejném poŚadí jako u radiometrických veliļin:

1) ZáŚivému toku *ū e* odpovídá fotometrická veliļina **svŊtelný tok *ū***, která zhodnotí energii elektromagnetického záŚení v oblasti viditelného svŊtla na základŊ její schopnosti vyvolat zrakový vjem.

Jde vlastnŊ o Ăefektivní ļástñ záŚivé energie ï tedy vyvolávající zrakový vjem - která projde za **jednotku** ļasu definovanou **plochou** S (*nebo na nŊjakou plochu dopadne*) ï lze proto stále pouġít základní vztah:



$$\boxed{\Phi = \frac{dW}{dt}} \qquad [\,lumen \;\; (lm)\,]$$

SvŊtelný tok je Ăefektivníñ ļást záŚivá energie, která vyvolá zrakový vjem, proġlá za jednotku ļasu plochou S ve stanoveném smŊru (nebo dopadlá na plochu S).

S vyuġitím veliļin spektrální citlivosti oka a spektrální hustoty záŚivého toku lze také svŊtelný tok exaktnŊ vyjádŚit poslední rovnicí v této kapitole.

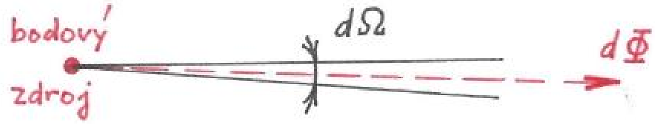
Jednotkou svŊtelného toku je **1 lumen (lm)**, který byl **dŚíve** definován jako **základní** fotometrická jednotka - jako **svŊtelný tok**, který vysílá **absolutnŊ ļerné tŊleso** pŚi teplotŊ tuhnutí platiny pŚi tlaku $1{,}01325.10^5$ Pa **plochou** o velikosti $5{,}305.10^{-7}$ m^2 do **celého poloprostoru**.

Nyní je soustavŊ SI lumen **jednotkou odvozenou** ze základní fotometrické jednotky, kterou je jednotka svítivosti 1 kandela:

1 lumen je svŊtelný tok, vysílaný do jednotkového prostorového úhlu (1 steradián) bodovým izotropním zdrojem, který má ve vġech smŊrech jednotkovou svítivost (1 kandela).

<u>*Pozn.:*</u> Z dŢvodu vlastnosti absolutnŊ ļerného tŊlesa jako Lambertova záŚiļe jsou obŊ definice ļíselnŊ ekvivalentní.

3) Radiometrické veličině zářivost I_e odpovídá fotometrická veličina **svítivost I** a je také analogicky definována jako podíl světelného toku vysílaného bodovým zdrojem v určitém směru do malého (diferenciálního) prostorového úhlu dΩ - a tohoto úhlu é é má tedy význam světelného toku vysílaného zdrojem do jednotkového prostorového úhlu v daném směru:



$$\boxed{I = \frac{d\Phi}{d\Omega}} \qquad \left[kandela\,(cd) = lm \cdot sr^{-1} \right]$$

Svítivost je světelný tok vysílaný zdrojem do jednotkového prostorového úhlu v daném směru.

Tento vztah se ale nepoužívá k definici jednotky svítivosti - naopak v systému fotometrických jednotek je jednotka svítivosti **kandela (cd)** **výchozí jednotkou** (a patří také mezi sedm základních jednotek soustavy SI) a **definuje se přímo** jako svítivost konkrétního zdroje:

1 kandela je definována jako svítivost v daném směru zdroje monochromatického záření o kmitočtu 540 .10^{12} Hz (vlnové délce 555,171 nm) a zářivosti 1/683 W.sr^{-1} v tomto směru.

Výše uvedený definiční vztah pro svítivost se pak v současném systému jednotek SI používá pro definici jednotky světelného toku (lumen, viz bod 1) následujícím způsobem:

V případě **izotropního zdroje** - tedy s konstantní svítivostí ve všech směrech vyzařování - je možno psát jednodušší tvar bez diferenciálů:

$$I = \frac{\Phi}{\Omega}$$

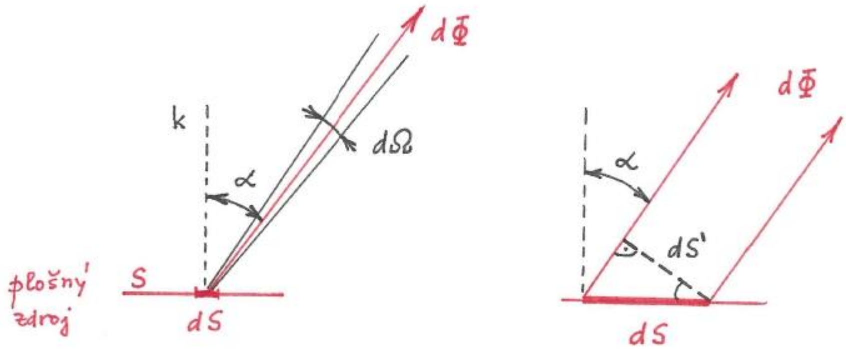
U izotropního zdroje lze také jednoduše (bez použití integrálu) vyjádřit světelný tok do libovolně velkého prostorového úhlu:

$$\Phi = I \cdot \Omega$$

Při definici lumenu jako jednotky světelného toku pomocí izotropního zdroje se pak využívá definovaný jednotkový prostorový úhel ï pak se světelný tok rovná svítivosti:

$$\boxed{\Phi = I \cdot \Omega = I \cdot 1 = I}$$

3) **Jas L** **(měrná svítivost)** je fotometrická veličina analogická **záři L_e** **(měrná zářivost)** a je také podobně definovaná - jako podíl svítivosti elementární části povrchu plošného zdroje ve zvoleném směru (stanoveném úhlem ϑ od kolmice plochy) a její zdánlivé velikosti v tomto směru (jejího průmětu do roviny kolmé k tomuto směru):



$$\boxed{L = \frac{dI}{dS \cdot \cos\alpha}} \qquad \left[nit\,(nt) = cd \cdot m^{-2} \right]$$

Jas je svítivost (v určeném směru) daného místa povrchu plošného zdroje, o jednotkové zdánlivé ploše v tomto směru (o jednotkovém průmětu do roviny kolmé k tomuto směru).

<u>Pozn.:</u> Důvod použití zdánlivé plochy při zavedení veličiny jas je ten, aby **souhlasila** definice jasu s způsobem **vnímání světla** lidským okem – **zrakový vjem** vytvářejí světlocitlivé buňky **jen v tom místě sítnice** kde se **vytvoří obraz** svítící plochy – tj. **tam, kde plochu vidíme** – a to právě **není obraz skutečné** plochy, ale plochy zdánlivé - průmětu do roviny kolmé ke směru pozorování.

Právě při hodnocení jasu dokáže lidské oko rozlišit velmi malé změny této veličiny - proto výše uvedená veličina *K* citlivosti oka se stanovuje postupným **porovnáváním jasu** dvou osvětlených ploch, s velmi malými odchylkami vlnových délek (počínaje vlnovou délkou maximální citlivosti 555 nm).

Jednotkou jasu je nit (nt) – který je definován jako jas takového místa povrchu plošného zdroje, které má svítivosti 1kandela a jehož zdánlivá plocha ve směru pozorování je 1 m².

1 nit (nt) = 1 kandela na čtvereční metr

<u>Starší jednotka:</u> 1 stilb (sb) = 1 kandela na čtvereční centimetr

Jestliže povrch (malého) plošného zdroje **svítí** ve všech **místech** stejně – má stejný jas (**homogenní** zdroj), pak můžeme opustit diferenciály a zjednodušeně napsat vztah pro jas celého povrchu zdroje:

$$L = \frac{I}{S \cdot \cos\alpha}$$

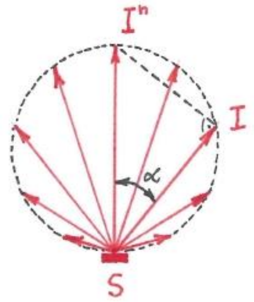
Jestliže by navíc jas plošného zdroje byl ve všech **směrech** konstantní (**izotropní** zdroj), pak je ve všech směrech stejný jako v kolmém směru, tj. pro nulový úhel dopadu:

$$L = \frac{I}{S \cdot \cos\alpha} = \left(\frac{I}{S \cdot \cos\alpha} \right)^{n} = \frac{I^{n}}{S}$$

A porovnáním stran dostaneme vztah pro svítivost izotropního plošného zdroje:

$$I = I^{n} \cdot \cos\alpha$$

Lambertův zákon

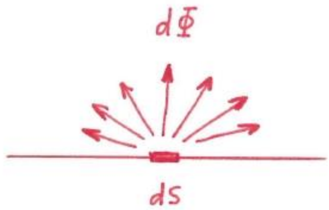


Podle Lambertova zákona svítivost izotropního rovinného plošného zdroje v každém jeho místě klesá s kosinem úhlu odklonu od kolmice k ploše – takový zdroj se také nazývá **kosinový zářič**.

4) Intenzita světlení *H* (světlení) je fotometrická veličina analogická **intenzitě vyzařování H_e**, a je definovaná jako podíl světelného toku z elementární plošky zdroje do celého poloprostoru a velikosti této plošky:

$$H = \frac{d\Phi}{dS}$$

$$\left[lumen \cdot m^{-2} = lm \cdot m^{-2} \right]$$



Intenzita světlení je světelný tok do celého poloprostoru, vysílaný jednotkou povrchu plošného zdroje.

Stejně jako u energetických veličin, i ve fotometrii umožňuje kosinový zářič jednoduché stanovení intenzity světlení:
Jestliže za předpokladu platnosti Lambertova zákona pro svítivost (tj. světelný tok do jednotkového úhlu v daném směru (Ω) z plošky dS) integrujeme přes celý poloprostor, dostaneme pro světelný tok do celého poloprostoru jednoduchý vztah:

$$d\Phi = \pi \cdot L \cdot dS = \pi \cdot I^{n}$$

Světelný tok, který ploška dS vysílá do poloprostoru **je pouze ´ -krát větší** než její svítivost v kolmém směru, právě proto, že podle Lambertova zákona svítivost klesá k nule s kosinem odklonu od kolmice.
(Kdežto při izotropní svítivosti by světelný tok z plošky dS musel být **2´ ï krát větší** než svítivost v kolmém směru.)

Po vydělení rovnice ploškou *dS* dostaneme **vztah mezi jasem** plošného kosinového (izotropního) zdroje a **jeho intenzitou světlení**, nebo-li světelným tokem do celého poloprostoru z jednotky povrchu:

$$H = \pi \cdot L$$

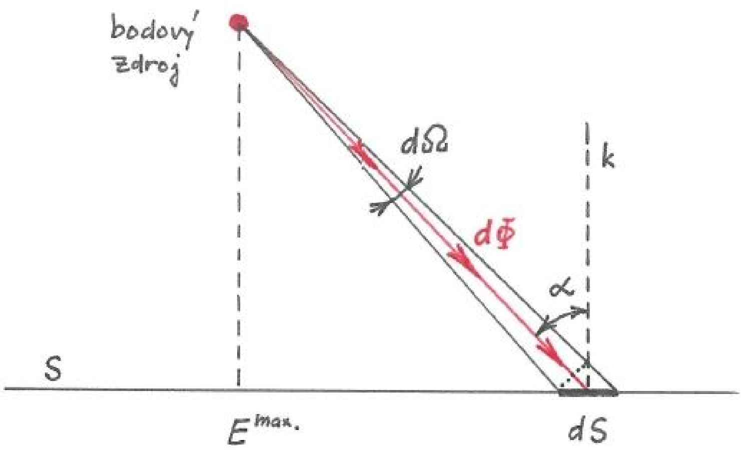
intenzita světlení kosinového zářiče

5) Intenzitě ozáření E_e odpovídá fotometrická veličina **intenzita osvětlení E** (**osvětlení**) definovaná jako světelný tok dopadající na jednotku plochy. Je tedy podílem světelného toku (v lumenech) a plochy (v metrech čtverečních).

$$\boxed{E = \frac{d\Phi}{dS}} \qquad \left[lux\,(lx) = lm \cdot m^{-2}\right]$$

Intenzita osvětlení je světelný tok dopadající na jednotku plochy v daném místě

Jednotkou osvětlení je lux (lx) - to je osvětlení způsobené světelným tokem 1 lumen dopadajícím na plochu 1 m².



Je-li ploška dS osvětlená bodovým zdrojem ze vzdálenosti r a světelný tok na ni dopadá pod úhlem α (k normále plochy), pak lze světelný tok vyjádřit pomocí svítivosti zdroje I a prostorového úhlu vytvořeného plochou dS :

$$E_e = \frac{d\Phi}{dS} = \frac{I \cdot d\Omega}{dS} = \frac{I}{dS} \cdot \frac{dS \cdot \cos\alpha}{r^2} = \frac{I}{r^2} \cdot \cos\alpha$$

Je vidět, že v tomto případě intenzita osvětlení je přímo úměrná svítivosti zdroje, nepřímo úměrná čtverci vzdálenosti od zdroje a narůstá s klesajícím úhlem dopadu.

Maximálního osvětlení se tedy dosáhne při kolmém dopadu světla na uvažovanou plochu:

$$\boxed{E^{max} = \frac{I}{r^2}}$$

Běžná hodnota osvětlení ve vnitřních prostorách se pohybuje v rozmezí 100 – 2000 lx, venku ve slunečný den lze naměřit desítky tisíc luxů, v noci při úplňku 0,5 lx.

Spektrální radiometrické a fotometrické veliļ iny

Doposud uvedené radiometrické i fotometrické veliļ iny popisují toky záŚivé nebo svĿtelné energie jako celek ï bez ohledu na vliv vlnĿní rŢzných vlnových délek, které elektromagnetické záŚení obsahuje.

Abychom popsali, jakým dílem pŚispívá elektromagnetické vlnĿní urļ itých vlnových k výsledné celkové radiometrické nebo fotometrické veliļ inĿ zavádíme **spektrální veliļ iny** následujícím zpŢsobem:

Jestliģe je záŚení sloģeno z vlnových délek v libovolné spojité oblasti spektra, napŚ. $(\lambda_{1,}\ \lambda_2)$, pak zvolíme **malý (diferenciální) interval** vlnových délek ***dȹ*** v libovolném **místĿ** této oblasti.

Pak uvaģme napŚíklad v pŚípadĿ záŚivého toku, ģe elektromagnetické vlnĿní s vlnovými délkami v tomto malém intervalu pŚenáģí jistĿ pouze nĿjakou malou ļ ást $d\Phi_e$ z celkového záŚivého toku Φ_e a definujme novou veliļ inu:

$$\boxed{\Phi_{e\lambda} = \frac{d\Phi_e}{d\lambda}}$$

Spektrální hustota záŚivého toku **(spektrální záŚivý tok)**

Tato veliļ ina vyjadŚuje záŚivý tok pŚipadající na jednotkový interval vlnových délek, pŚesnĿji:
je to záŚivý tok, který pŚenáģí vlnĿní s vlnovými délkami obsaģenými v jednotkovém intervalu v daném místĿ spektrální oblasti,

Ve slovním vyjádŚení definice je zdŢraznĿno, ģe tato veliļ ina je definována pro **urļ ité místo** spektrální oblasti ï tedy pro **urļ itou vlnovou délku**, neboŠ volbou diferenciálního intervalu volíme vlastnĿ také urļ itý bod spektrální oblasti ï obsahuje tedy soubor vln a prakticky **stejnou** vlnovou délkou - je to **monochromatická** veliļ ina ï a je to **funkce vlnové délky**:

$$\boxed{\Phi_{e\lambda} = \Phi_{e\lambda}(\lambda)}$$

PŚi znalosti spektrální hustoty záŚivého toku pak celkový záŚivý tok získáme integrací pŚes vģechny vlnové délky uvaģované oblasti spektra:

$$\boxed{\Phi_e = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \Phi_{e\lambda} \cdot d\lambda}$$

Stejným zpŢsobem definujeme monochromatickou veliļ inu **spektrální svĿtelný tok**, jako funkci vlnové délky:

$$\boxed{\Phi_\lambda = \frac{d\Phi}{d\lambda} = \Phi_\lambda(\lambda)}$$

Spektrální hustota svĿtelného toku **(spektrální svĿtelný tok)**

Je to svĿtelný tok, pŚipadající na jednotkový interval vlnových délek, pŚi dané vlnové délce, A celkový světelný tok získáme opět integrací přes všechny vlnové délky viditelného světla:

$$\boxed{\Phi = \int_{360nm}^{780nm} \Phi_{\lambda} \cdot d\lambda}$$

Analogickým způsobem můžeme definovat spektrální hustoty všech ostatních radiometrických i fotometrických veličin: $I_{e\lambda}$, $L_{e\lambda}$, $H_{e\lambda}$, $E_{e\lambda}$,

I_{λ}, L_{λ}, H_{λ}, E_{λ}

Výpočet fotometrických veličin

Fotometrické veličiny můžeme vypočítat z veličin radiometrických, jestliže budeme přesně znát **citlivost (účinnost) lidského oka**, s níž se dopadající elektromagnetická energie přeměňuje na subjektivní zrakový vjem.

Tuto veličinu jsme již dříve definovali jako poměr světelného a zářivého toku, který dopadá do oka:

$$K = \frac{\Phi}{\Phi_e}$$

Tato veličina jistě výrazně závisí na vlnové délce (protože klesá k nule na okrajích intervalu viditelného světla), proto se citlivost oka musí definovat a měřit pro **monochromatické záření** konkrétní vlnové délky – pro tento účel je vhodná **spektrální hustota zářivého toku** $\Phi_{e\lambda}$ (a v čitateli ji bude odpovídat **spektrální hustota světelného toku** Φ_{λ}):

$$\boxed{K(\lambda) = \frac{\Phi_{\lambda}}{\Phi_{e\lambda}}}$$

Spektrální citlivost (účinnost) lidského oka

Při jejím měření se porovnává **zrakový vjem** při určité vlnové délce (**jas osvětlené plochy**) se zrakovým vjemem – s **jasem plochy osvětlené vlnovou délkou 555 nm**, při které má oko **maximální citlivostí** ***K_m*** - proto je vhodné kromě této jediné absolutní hodnoty (*K_m*) definovat k ní vztaženou veličinu **relativní spektrální citlivost oka V(λ)**

(která tedy bude mít u maxima hodnotu 1):

$$\boxed{V(\lambda) = \frac{K(\lambda)}{K_m}}$$

Relativní spektrální citlivost lidského oka

Pak při znalosti těchto veličin lze vyjádřit spektrální citlivost oka jako:

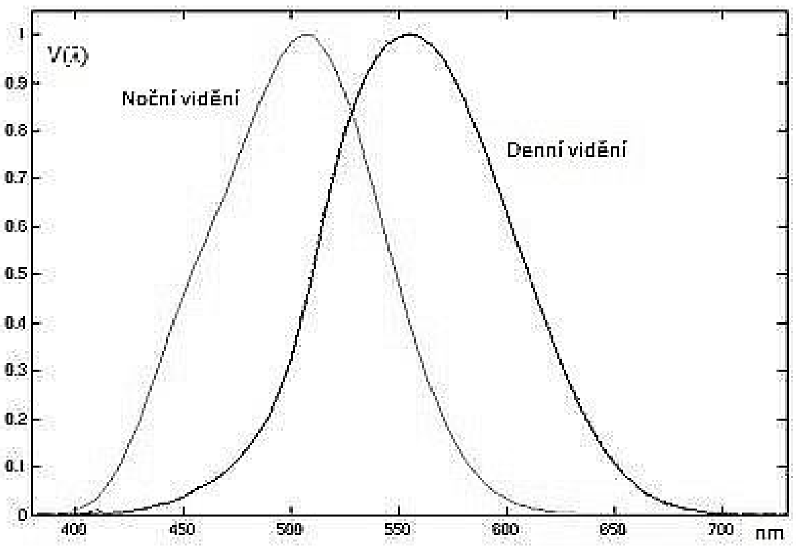
$$K(\lambda) = K_m \cdot V(\lambda)$$

Citlivost oka se liší také podle receptorů na sítnici:

- čípky (6 mil.), umístěné nejvíce ve žluté skvrně, zajišťují při dostatečném osvětlení barevné **denní (fotopické) vidění**, s maximální citlivostí pro 555 nm

- při sníženém osvětlení hrají roli tyčinky, které jsou ve velkém počtu (120 mil.) rozmístěny po celé sítnici, spolu s čípky zajišťují **soumrakové (mezopické) vidění**, s maximem citlivosti posunutým ke kratším vlnovým délkám - potlačené vnímání červené barvy

- při velmi nízkém osvětlení zajišťují vidění pouze tyčinky – **noční (skotopické) vidění** s maximální citlivost pro 507 nm – barvy ale nejsou rozlišovány, zrakový vjem je pouze černobílý



Maximální citlivosti jsou:

- při denním vidění je K_m = 683 lm/W při 555 nm
- při nočním vidění je K_m = 1700 lm/W při 507 nm

Pozn.: Hodnota maxima 683 lm/W byla zapracováno do nové definice kandely v roce 1979 (viz výše v odstavci o fotometrických veličinách).

Pro fotometrické účely se používá relativní spektrální citlivost oka V(λ) při **denním vidění**, která má smluvní průběh podle CIE (Commission Internationale de l'Eclairage, Mezinárodní komise pro osvětlení, 1924, 1931, 1983).

Tato funkce je definovaná v intervalu (360 – 830) nm - se zanedbatelnou chybou se však většinou při výpočtech používá interval (**380 – 780) nm**, protože vně tohoto intervalu je citlivost oka menší než setina procenta maximální citlivosti.

Citlivost větší než 1% maxima má oko v intervalu délky jen asi 250 nm: **(430 – 685) nm**.

Přepočet radiometrických veličin na fotometrické, například zářivého toku na světelný tok, je pak možno provádět pomocí spektrální hustoty zářivého toku s využitím výše uvedených vztahů pro spektrální citlivost lidského oka:

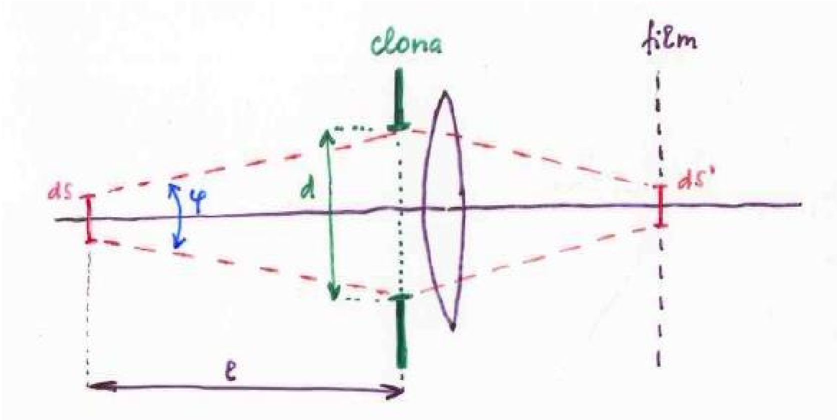
$$\boxed{\Phi = \int_{380nm}^{780nm} K(\lambda)\cdot\Phi_{e\lambda}\cdot d\lambda = K_m\cdot\int_{380nm}^{780nm} V(\lambda)\cdot\Phi_{e\lambda}\cdot d\lambda}$$

---

konec kapitoly **K. Rusňák, verze 05/2015**

Doplněk 1:

Aplikace znalostí fotometrických veličin při výpočtu osvětlení obrazu na senzoru či filmu ve fotoaparátu:



Na předmětu vzdáleném l od clony průměru d (čočky) vyznačme nekonečně malou plošku dS, která má **jas** $\boldsymbol{L}$ é .. tj. světelný tok vyzářený z jednotkové zdánlivé plochy
do jednotkového prostorového úhlu

Pak z této plošky dS vstupuje do objektivu **světelný tok**:

$$d\Phi \quad = \quad L \cdot \varphi \cdot dS \quad = \quad L \cdot \frac{\pi d^2}{4 l^2} \cdot dS$$

(vyjádřili jsme prostorový úhel z definice: $\varphi \quad = \quad \frac{S}{r^2}$)

Celý tento tok dopadne po průchodu objektivem na obraz plošky $d\,S'$.
Jestliže byla ploška dS např. obdélníková o rozměrech dy, dz, pak při příčném zvětšená Z je plocha tohoto obrazu:

$$dS' \quad = \quad dx' \cdot dz' \quad = \quad Z \cdot dx \cdot Z \cdot dz \quad = \quad Z^2 \cdot dx \cdot dz \quad = \quad Z^2 \cdot dS$$

Intenzita osvětlení obrazu - světelný tok dopadající (zde kolmo) na jednotku plochy - je potom:

$$E \quad = \quad \frac{d\Phi}{dS'} \quad = \quad \frac{d\Phi}{Z^2 \cdot dS} \quad =$$

(dále dosadíme za světelný tok)

$$= \quad L \cdot \frac{\pi d^2 \cdot dS}{4 l^2 \cdot Z^2 \cdot dS} \quad = \quad L \cdot \frac{\pi d^2}{4 l^2 \cdot Z^2} \quad =$$

(dosadíme za příčné zvětšení z Newtonových rovnic:

$$Z = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x} = -\frac{f}{l - f} \approx \; -\frac{f}{l}$$)

$$= \quad L \cdot \frac{\pi d^2}{4 l^2} \cdot \frac{l^2}{f^2} \quad = \quad L \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{d^2}{f^2} \quad = \quad L \cdot \frac{\pi}{4} \cdot S^2$$

(většinou $f << l$)

Vidíme, že osvětlení obrazu není závislé na vzdálenosti předmětu,
ale je funkcí pouze jasu předmětu a kvadrátu veličiny:

$$\boxed{S = \frac{d}{f}}$$

Světelnost objektivu (Relativní otvor, apertura objektivu)

Udává se jako jeden z hlavních parametrů objektivu - pro nejvyšší možný průměr clony objektivu:

$$\boxed{S_{obj} = \frac{d_{max}}{f}}$$

píše se ve formě ***1: x*** … … … .. tedy např. ***1 : 4*** znamená … … … $1:4 = \frac{1}{4} = \frac{d_{max}}{f}$,

tj. průměr clony objektivu je čtyřikrát menší než ohnisková vzdálenost objektivu

Převrácená hodnota relativního otvoru objektivu je:

$$\boxed{C = \frac{f}{d}}$$

Clonové číslo

Stupnice clony s proměnným průměrem se vždy dělá v normalizované řadě

1 – 1,4 – 2 – 2,8 – 4 – 5,6 – 8 – 11 – 16 – 22 - … .

což je geometrická řada s kvocientem $q = \sqrt{2} \approx 1{,}4$ … … … pak při nastavení nejbližší vyšší hodnoty vzroste clonové číslo $\sqrt{2}$ krát … … .tedy relativní otvor (světelnost) objektivu poklesne $\sqrt{2}$ krát … … a **osvětlení obrazu klesne** také 2 krát … .

… ..proto při stejné citlivosti filmu (senzoru) **musíme 2 krát prodloužit čas expozice**

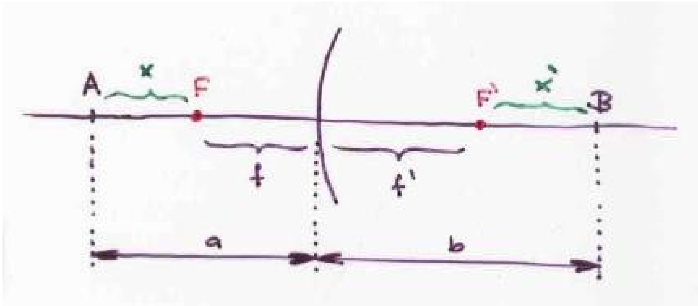
Doplněk 2:

Newtonovy obrazové rovnice

Nejprve se namísto **vrcholových souřadnic** a a b předmětu a obrazu definují **ohniskové souřadnice** $\boldsymbol{x}$ a $\boldsymbol{x'}$ jako vzdálenosti od příslušných ohnisek (viz obr.), se stejnými znaménkovými konvencemi jako pro vrcholové souřadnice.

Podle obrázku platí převodní vztahy:

$$\boxed{\begin{aligned} a &= x + f \\ b &= x' + f' \end{aligned}}$$



Po dosazení do rovnice kulového zrcadla:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

A také do vrcholové rovnice lámavé plochy:

$$\frac{n_1}{a} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_1}{f}$$

Dostaneme stejný výsledek pro zrcadla i lámavé plochy: $x \cdot x' = f \cdot f'$

Což můžeme napsat jako vztah mezi souřadnicemi předmětu a obrazu: $x' = \dfrac{f \cdot f'}{x}$

Převodní vztahy se mohou dosadit i do vztahu pro příčné zvětšení a opět vyjde stejná rovnice pro zrcadla i pro lámavé plochy

$$Z = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x}$$

Nebo jako vztah mezi souřadnicemi: $y' = -\dfrac{f \cdot y}{x}$

Nakonec lze zavést třetí osu z, také kolmou na optickou osu x, i na osu y - a protože mezi osami z a y není principiální rozdíl, musí pro z-ové souřadnice platit analogická rovnice: $z' = -\dfrac{f \cdot z}{x}$

Dostali jsme tak 3 rovnice pro 3 kartézské ohniskové souřadnice předmětu a obrazu:

$$\boxed{\begin{aligned} x' &= \frac{f \cdot f'}{x} \\ y' &= -\frac{f \cdot y}{x} \\ z' &= -\frac{f \cdot z}{x} \end{aligned}}$$

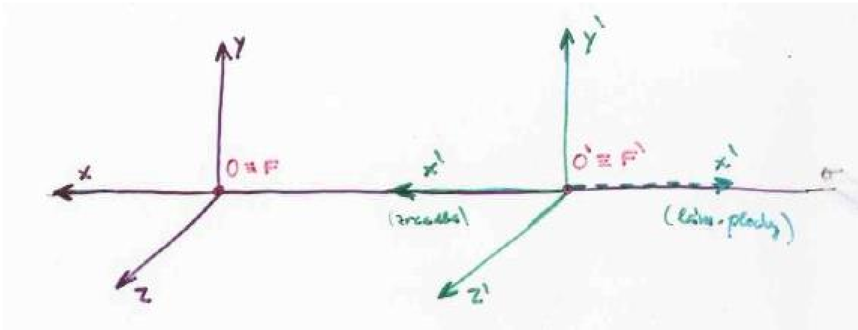
<u>Newtonovy obrazové rovnice</u>, nebo:

$$\boxed{\begin{aligned} x &= \frac{f' \cdot f}{x'} \\ y &= -\frac{f' \cdot y'}{x'} \\ z &= -\frac{f' \cdot z'}{x'} \end{aligned}}$$

<u>v inverzním tvaru</u>

Jsou to v principu ohniskové rovnice a platí pro **vġechny druhy** lámavých i odrazných kulových ploch, také pro vġechny druhy tenkých i tlustých ļoļek, , rovnĎġ pro soustavy ļoļek.

Popisují vztah mezi kartézskými souŚadnicemi (x,y,z) bodu v tzv. ***pŚedmĎtovém prostoru*** a kartézskými souŚadnicemi (x',y',z') jeho obrazu v tzv. ***obrazovém prostoru***.



Je tím definováno tzv. ***optické zobrazení*** ï jako **vzájemnĎ jednoznaļné pŚiŚazení** pŚedmĎtu a obrazué é
é é é .tj. kaġdému bodu pŚedmĎtu (x,y,z) ï je jednoznaļnĎpŚiŚazen bod (x',y',z') - jeho obraz.

-- Konec doplĺkŢ ---