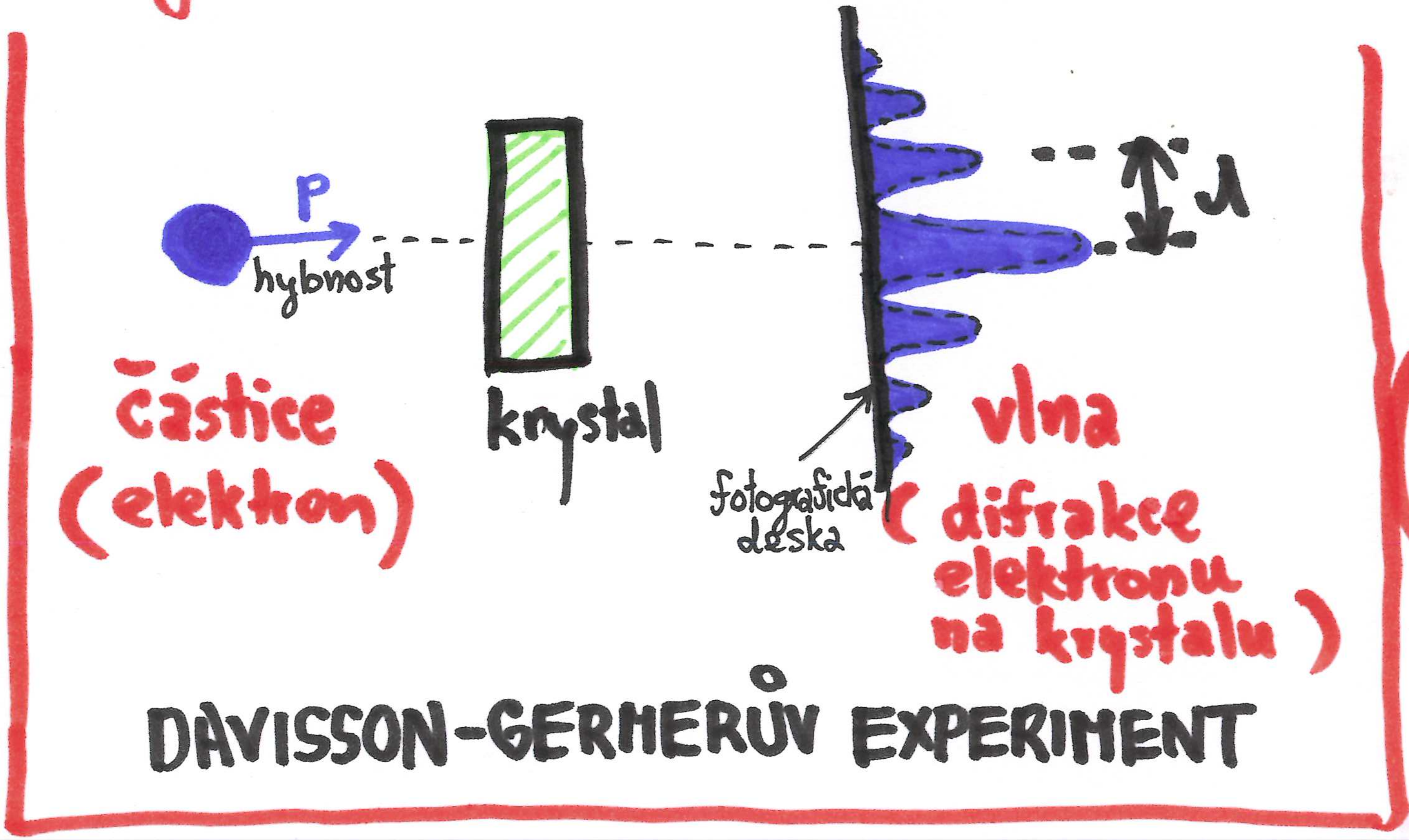
VLNOVÉ VLASTNOSTI ČÁSTIC

Tak jako <u>vlny</u> elektromagnetického záření vykazují vlastnosti <u>částic</u>, ukázalo se, že platí i opačné tvrzení, tj. **částice mohou vykazovat vlastnosti vln:**



(1)

Analýzou experimentu bylo zjištěno, že mezi **hybností částice $\underline{\underline{p}}$** a **vlnovou délkou $\underline{\underline{\lambda}}$** její difrakce platí vztah:

$$\boxed{\lambda = \frac{h}{p}} \qquad (2)$$

$h = 6.625 \times 10^{-34}$ [Js]
Planckova konstanta

Tuto vlnovou délku budeme nazývat **vlnová délka částicové vlny**.

Porovnejme ji nyní pro

a) <u>makročástici</u>, kterou registrujeme svými smysly (např. kulku vystřelenou z pistole)

b) <u>mikročástici</u>, kterou nejsme schopni registrovat (např. elektron v atomu):

a) Makročástice (letící kulka):

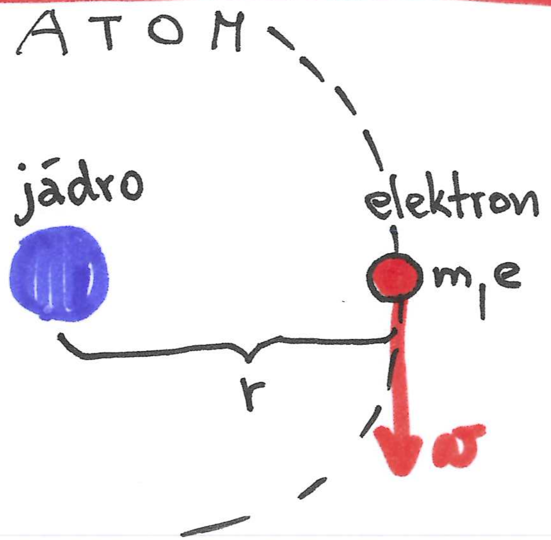
$$\left.\begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \\ m &= 10^{-1}\,[\mathrm{kg}] \\ v &= 10^{2}\,[\mathrm{ms^{-1}}] \end{aligned}\right\} \Rightarrow \lambda \sim 10^{-35}\,[\mathrm{m}] \quad (3)$$

= o 20 řádů menší než rozměr atomového jádra ($r_{jádro} \sim 10^{-15}\,[\mathrm{m}]$)

$\Downarrow$

Vlnové vlastnosti makročástice jsou nezjistitelné. **!**

b) Mikročástice (elektron v atomu):



$m = 9.1 \times 10^{-31}\,[\mathrm{kg}]$ .... hmotnost

$e = 1.6 \times 10^{-19}\,[\mathrm{C}]$ ... náboj

$r = 10^{-10}\,[\mathrm{m}]$

$\uparrow$

rozměr atomu

Určíme rychlost elektronu v:

$$\underbrace{\frac{mv^2}{r}}_{\text{dostředivá síla}} = \underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{e^2}{r^2}}_{\text{přitažlivá síla mezi elektronem a jádrem podle Coulombova zákona}}$$

$\Downarrow$

$$\boxed{v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 m r}} = 10^6\ [\mathrm{ms^{-1}}]} \quad (4)$$

rychlost elektronu v atomu.

$\Downarrow$

$$\boxed{\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = 10^{-10}\ [\mathrm{m}]} \quad (5)$$

vlnová délka elektronové vlny v atomu.

Porovnáme-li získanou vlnovou délku $\underline{\underline{\lambda}}$ dle (5) s rozměrem atomu $r = 10^{-10}$ [m], vidíme

$$\boxed{\underbrace{\lambda}_{\text{vlnová délka elektronu v atomu}} = \underbrace{r}_{\text{charakteristický rozměr celého atomu}}}$$

Vlnový charakter elektronu při jeho výskytu v atomu je podstatný a zásadní.

! (6)

⇓

Vlnové vlastnosti mikročástic
NELZE ZANEDBAT!

Nyní obraťme pozornost na vlastnosti vln popisujících mikročástice:

$$\underbrace{\varphi(x,t)}_{\text{vlna mikročástice}} = \sum_q \underbrace{A(q)\cdot\sin(\omega\cdot t - q\cdot x)}_{\text{superpozice harmonických postupných vln}} \qquad (7)$$

$\underline{\underline{q}} = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ .... vlnočet

$\underline{\underline{\omega}} = 2\pi f = 2\pi\cdot\dfrac{v_{fáz}}{\lambda}$ ← fázová rychlost

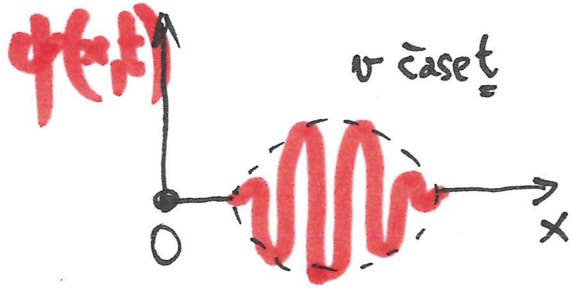
f ← frekvence

$\underline{\underline{A(q)}}$ ... amplituda vlny jako funkce vlnočtu

Pozn: V přednáškách TFYS1 jsme superpozici (7) nazývali **vlnový balík**.

Fyzikální interpretace vlny $\psi(x,t)$ byla hledána několik let. Nejúspěšnější závěr, odpovídající experimentálním poznatkům, je tento:

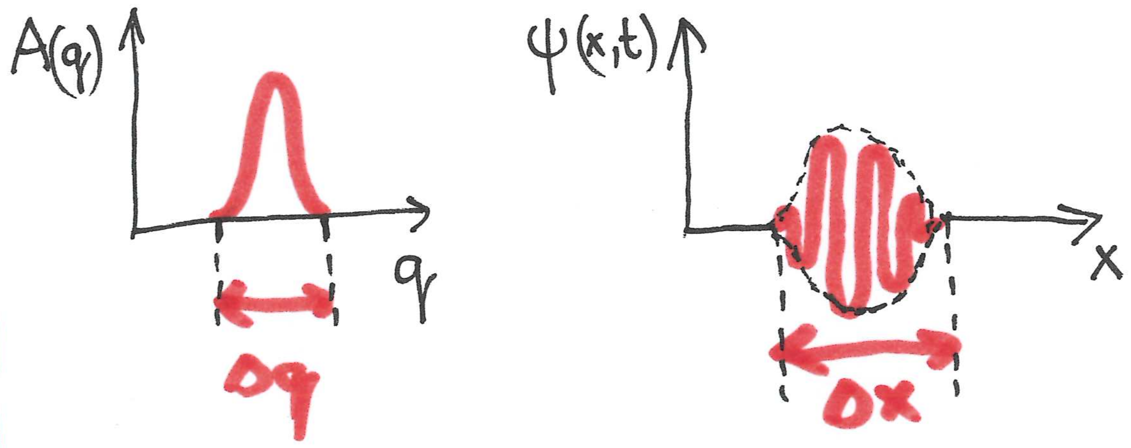
Kvadrát absolutní hodnoty funkce $\psi(x,t)$, tj. $|\psi(x,t)|^2$, udává prostoročasové rozložení pravděpodobnosti výskytu mikročástice: (8)



Pravděpodobnostní teorém.

Vlně $\psi(x,t)$ se pak říká **pravděpodobnostní vlna částice**.

Víme, že <u>každá vlna</u> splňuje **relaci neurčitosti vlnočtové a prostorové lokalizace** (viz TFYS1):



$$\boxed{\Delta q \cdot \Delta x \geq \frac{1}{2}} \quad (9)$$

Pro <u>pravděpodobnostní vlnu částice</u> můžeme vlnočet q vyjádřit pomocí <u>hybnosti částice</u> p:

$$\boxed{q = \frac{2\pi}{\lambda} \underset{\text{DG-exp.}}{=} \frac{2\pi}{\frac{h}{p}} = \frac{2\pi}{h} \cdot p} \quad (10)$$

Dosazením (10) do (9) dostáváme:

$$\underbrace{\frac{2\pi}{h}\Delta p}_{\Delta q} \cdot \Delta x \geqq \frac{1}{2}$$

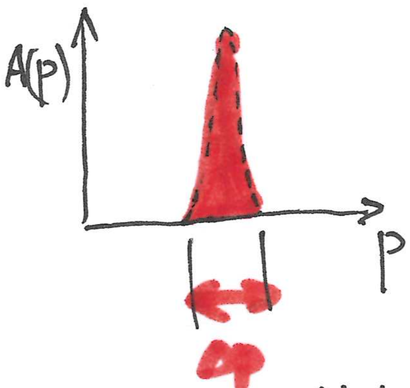
$$\Downarrow$$

$$\boxed{\Delta p \cdot \Delta x \geqq \frac{h}{4\pi}} \quad (11) \; !$$

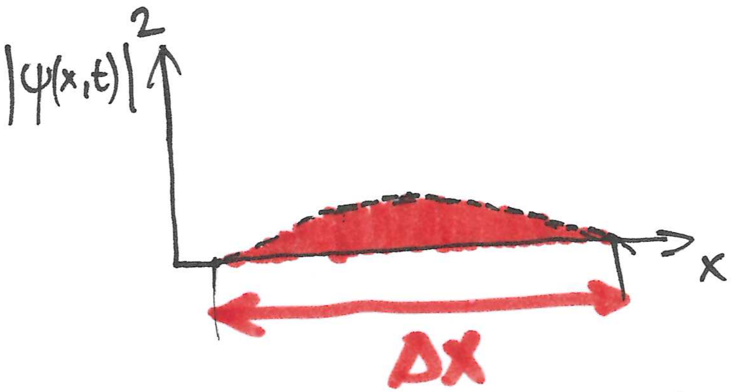
Neurčitost hybnosti a polohy částice je zdola omezena velikostí Planckovy konstanty.

Heisenbergův princip neurčitosti pohybu částic

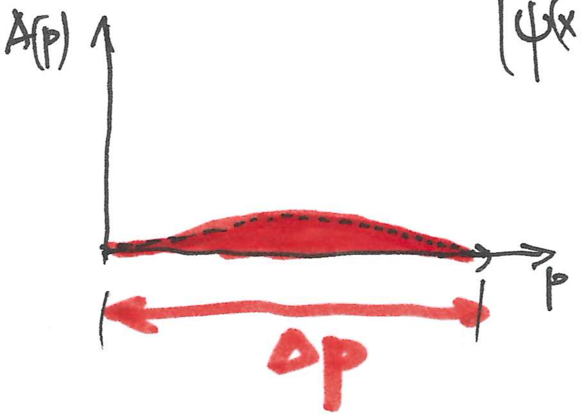
Důsledky Heisenbergova principu :



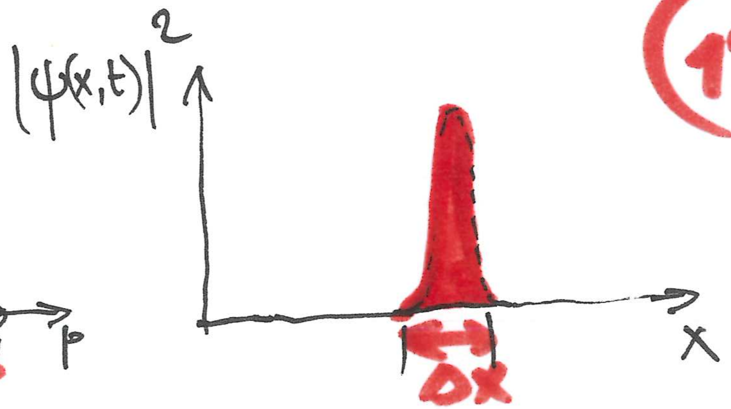
úzký interval hybnosti částice,
tj. malá neurčitost hybnosti



široký interval pravděpodobnosti výskytu částice,
tj. velká neurčitost polohy



široký interval hybnosti částice,
tj. velká neurčitost hybnosti



úzký interval pravděpodobnosti výskytu částice,
tj. malá neurčitost polohy .

Jako důležitý příklad aplikace Heisenbergova principu neurčitosti si spočteme neurčitost rychlosti elektronu v atomu :

Elektron v atomu má neurčitost polohy

$\boxed{\Delta x = 10^{-10}\,[m] \quad \ldots\ldots \text{ rozměr atomu}}$

a neurčitost hybnosti

$$\boxed{\begin{array}{l} \Delta p = m \Delta v \\ m = 9.1 \times 10^{-31}\,[kg] \ldots \text{ hmotnost elektronu} \end{array}}$$

Heisenbergův princip požaduje, aby platilo

$$\Delta p \cdot \Delta x \geqq \frac{h}{4\pi}$$

tj. $\quad m \Delta v \cdot \Delta x \geqq \frac{h}{4\pi} \Rightarrow \underline{\underline{\Delta v}} = \frac{h}{4\pi m \Delta x} =$

$$= \frac{6.625 \times 10^{-34}}{4\pi \cdot 9.1 \times 10^{-31} \cdot 10^{-10}} \cong \underline{\underline{10}}^{6}\,[ms^{-1}]$$

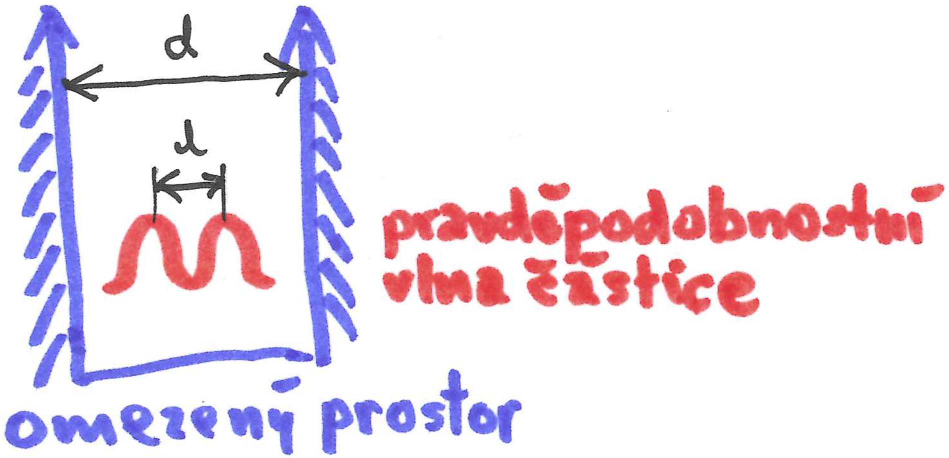
$$\boxed{\begin{array}{c} \Delta v \cong 10^{6}\,[ms^{-1}] \\ \text{neurčitost rychlosti elektronu v atomu} \end{array}} \quad (13)$$

Srovnáme-li spočtenou neurčitost rychlosti $\underline{\underline{\Delta v}}$ dle (13) s hodnotou samotné rychlosti $\underline{\underline{v}}$ dle vztahu (4), vidíme, že

$$\boxed{\Delta v \cong v} \qquad (14)$$

tj. <u>neurčitost rychlosti</u> elektronu v atomu je řádově <u>stejná jako rychlost sama</u>: hovořit o rychlosti elektronu v atomu tedy vůbec nemá smysl.

Stacionární stavy částice v omezeném prostoru



Z nauky o vlnění víme:

$$\boxed{d \neq n \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad n = 1, 2, 3, \ldots}$$

$\Rightarrow$ dochází k **destruktivní interferenci**, výsledná vlna se zeslabuje, až úplně vymizí.

15

$$d = n \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

dochází ke **konstruktivní interferenci**, výsledná vlna se zesiluje, vzniká **stacionární vlnění**

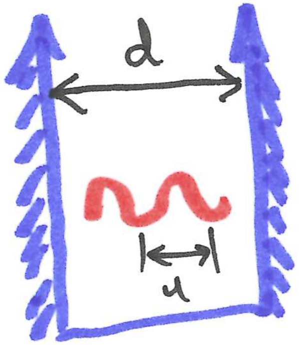
(16)

<u>Stacionární vlnění</u> se vyznačuje tím, že **jeho energie je konstantní.**

Rovnice **(16)** se nazývá **podmínka stacionarity.**

Ty stavy částice, v nichž pravděpodobnostní vlny vytvářejí stacionární vlnění, se nazývají **stacionární stavy částice v omezeném prostoru.**

Prozkoumejme nyní stacionární stavy částice v uvažovaném omezeném prostoru



Z Davisson-Germerova experimentu víme, že

$\lambda = \frac{h}{p}$, kde $\underline{p}$ je hybnost částice.

Dosazením do podmínky stacionarity (16) dostáváme:

$$\boxed{d = n \cdot \frac{\frac{h}{p}}{2} \qquad n = 1, 2, 3, \dots}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{p = n \cdot \frac{h}{2d} \qquad n = 1, 2, 3, \dots} \qquad (17)$$

Hybnost částice může nabývat jen <u>celých</u> násobků veličiny $\frac{h}{2d}$.

Vlastnosti (17) se říká **kvantování hybnosti.**

Elementární (tj. nejmenší) kvantum hybnosti v uvažovaném prostoru je $\frac{h}{2d}$.

Podívejme se dále na energii částice:

$$E = \frac{p^2}{2m}$$

Dosazením za p podle (17) dostaneme:

$$\boxed{E = \frac{\left(n \cdot \frac{h}{2d}\right)^2}{2m} = n^2 \cdot \frac{h^2}{8md^2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots}$$

Dostáváme se tedy ke **kvantování energie:**

$$\boxed{E = n^2 \cdot \frac{h^2}{8md^2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots} \qquad (18)$$

elementární kvantum v uvažovaném prostoru

Grafické zobrazení kvantování hybnosti a energie v uvažovaném prostoru :