

1. OBECNÉ PROBLÉMY MĚŘENÍ

Měření je obvykle chápáno jako proces extrakce jisté informace z daného signálu. V jednoduchém případě jde např. o stanovení velikosti jisté (měřené) veličiny (např. efektivní hodnota střídavého proudu). Přitom by vždy měla být jistým způsobem oceněna kvalita tohoto procesu (chyby, nejistoty ap.).

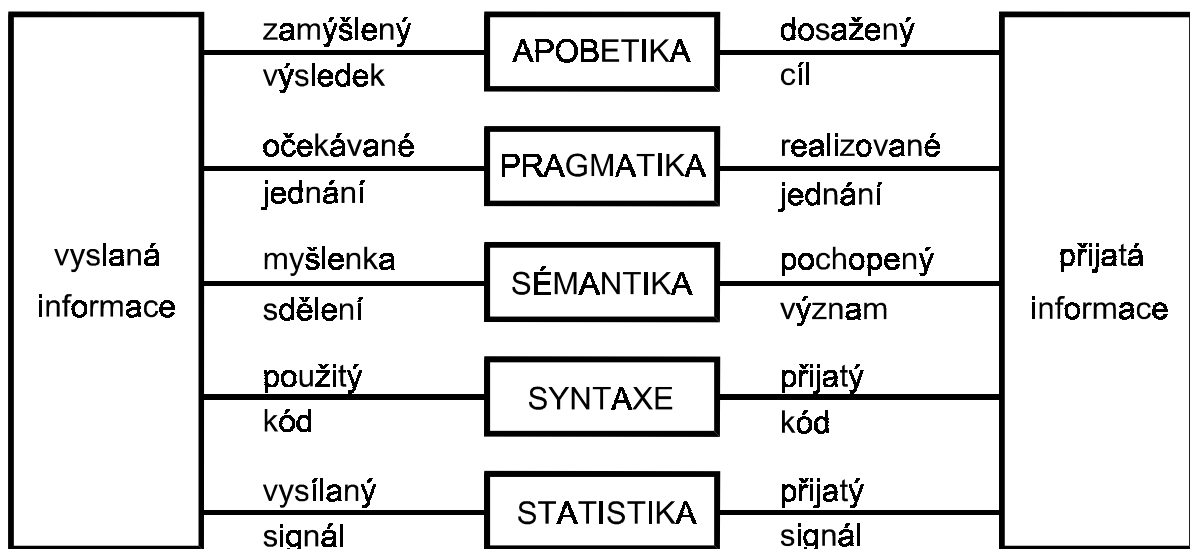
V procesu měření se užívá celá řada různých specifických způsobů získávání, zpracování, přenosu, analýzy, záznamu a prezentace měřených signálů a v nich obsažené žádané (cílové) informace. Výsledkem měření je objektivní a kvantifikované poznání (identifikace) měřeného jevu, procesu, objektu, či systému.

1.1 Signál a informace

Vedle hmoty a energie je informace právem třetí základní univerzální veličinou v našem světě. S informacemi se v různé podobě setkáváme na každém kroku v technických i přírodních oblastech, v živých i neživých systémech. Informace a jejich zpracovávání je běžné v regulační technice, v lidské komunikaci i v biologických systémech včetně přenosu dědičné informace pomocí DNK. Informace má v podstatě nehmotný charakter (jako myšlenka, nápad, projekt ap.).

Každá informace je vyjádřena jistým způsobem (kódem) a fyzicky nesena (obsažena) v jistém signálu (energii, hmotě). Má svůj fyzický zdroj a svého duchovního původce (impulz), který je na počátku informačního toku. Vyžaduje svobodné dorozumění (dohodu) o užitém kódu (způsobu vyjádřování) mezi zdrojem a příjemcem informace.

V souhrnu lze rozlišit pět hierarchicky uspořádaných vrstev vlastností (obr. 1.1), figurujících mezi zdrojem a příjemcem informace v procesu jejího přenášení: statistika, syntaxe, sémantika, pragmatika a apobetika.



Obr. 1. 1: Obecné vrstvy vlastností informace

V procesu získávání informace i při komunikaci mezi zdrojem a příjemcem informace dochází k jistým ztrátám, které mají charakter ztráty energie či hmoty a jsou základní příčinou chyb, odchylek a nejistot. Vnější energetická a hmotná pole ovlivňují tyto procesy a způsobují rušení tohoto procesu. Zdrojem chyb je také pozorovatel - svými představami, modely, předpoklady o měřeném objektu, jevu, použitými zjednodušeními reality, zvolenými technickými prostředky (HW i SW) a interpretací výsledků měření.

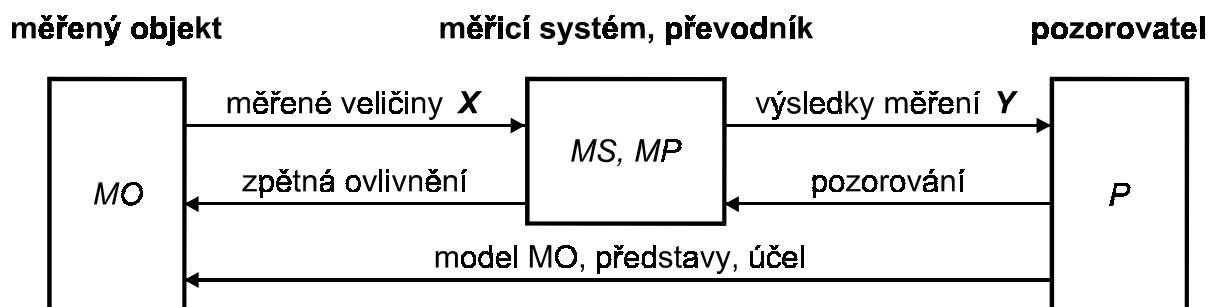
Nositelé žádaných informací jsou signály svými parametry. Ve fyzikálně-technických měřeních mají signály na začátku X a na konci Y procesu měření obecně různou povahu. Na příklad v [1.4] se uvádí soubor osmi různých druhů signálů, označený zkratkou COMETMAN, což jsou postupně jevy :

Chemické, Optické, Mechanické, Elektrické, Tepelné, Magnetické, Akustické a Nukleární.

Jiným hlediskem může být rozdělení signálů na periodické, aperiodické a náhodné, anebo dle jejich tvaru na analogové, frekvenční a digitální. Vlastnosti signálů, závislé na jejich tvaru jsou shrnuty v tab. 1.1.

vlastnost	tvar signálu		
	analogový	frekvenční	digitální
statická přesnost	omezená	neomezená	neomezená
dynamika	velmi dobrá	dle doby čítání	omezuje vzorkování
vliv rušení	velký	malý, zvl. FM	malý, zvl. PCM
matematické operace realizovatelné	obtížně (mimo součtu a/nebo rozdílu)	dělení a integrace snadno	snadno, dle CPU libovolné
připojení k PC	nutný ADC	čítačem	přímo
oprava chyb	omezeně (průměr)	přirozená redundance	snadná
galvanické oddělení	nákladné (modulace)	snadné (opto, transf.)	snadné (opto, transf.)

Tab. 1. 1: Vlastnosti signálů závislé na jejich tvaru.



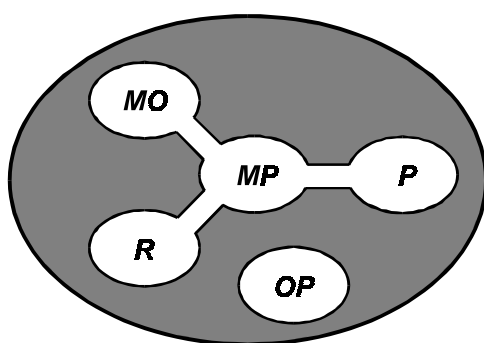
Obr. 1. 2: Obecný model procesu měření

1.2 Model procesu měření a měřicího systému

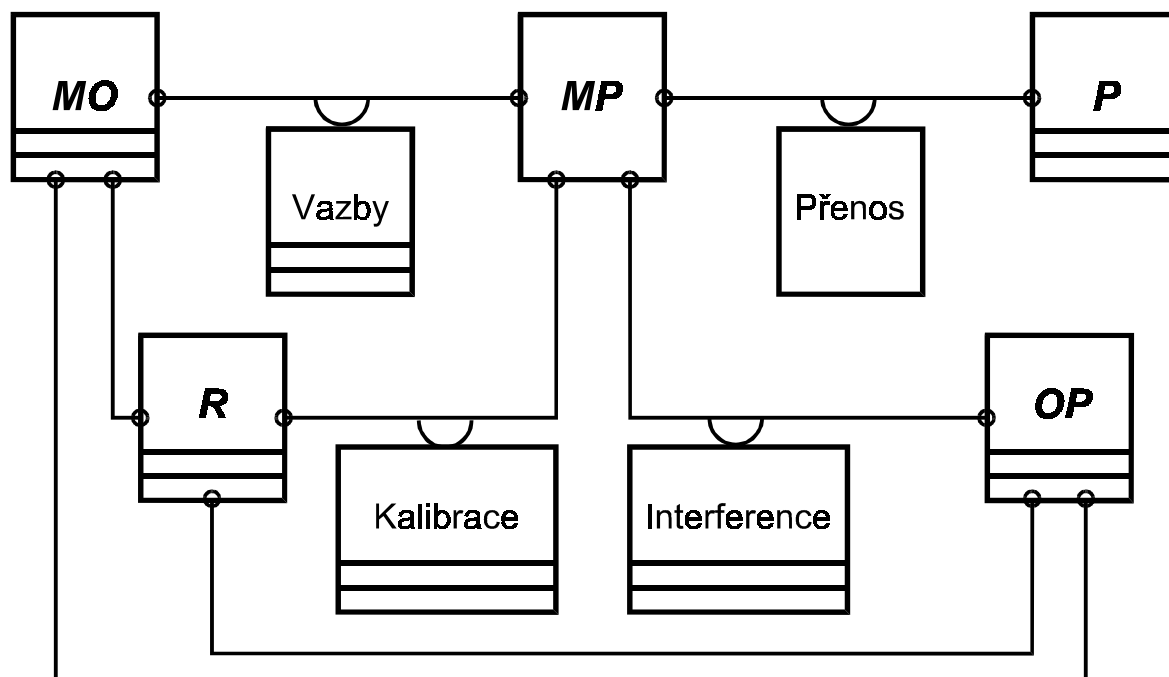
Proces měření lze obecně charakterizovat (obr. 1.2) jako jistou transformaci souboru vstupních veličin X do souboru výstupních veličin Y (výsledek měření). V tomto modelu jsou obsaženy ovlivňující veličiny - připojení k měřenému objektu MO (zpětné ovlivnění), vnější rušení měřícího signálu, nedostatky a chyby transformace $X \rightarrow Y$ a subjektivita pozorovatele (představy o MO , jeho model, a priori informace ap.).

Také pro vlastní měřicí systém jsou vytvořeny z různých hledisek různé modely. Z hlediska funkce jednotlivých modulů (t.zv. funkční model měřicího systému) to je seriové řazení modulů pro sběr dat a informací, úprava signálů, jejich zpracování, analýza, prezentace a archivace výsledků měření.

Objektově orientovaný přístup k tvorbě modelu měřicího systému obsahuje pět hlavních objektů (subsystémů), které reagují mezi sebou navzájem (Obr.1.3).



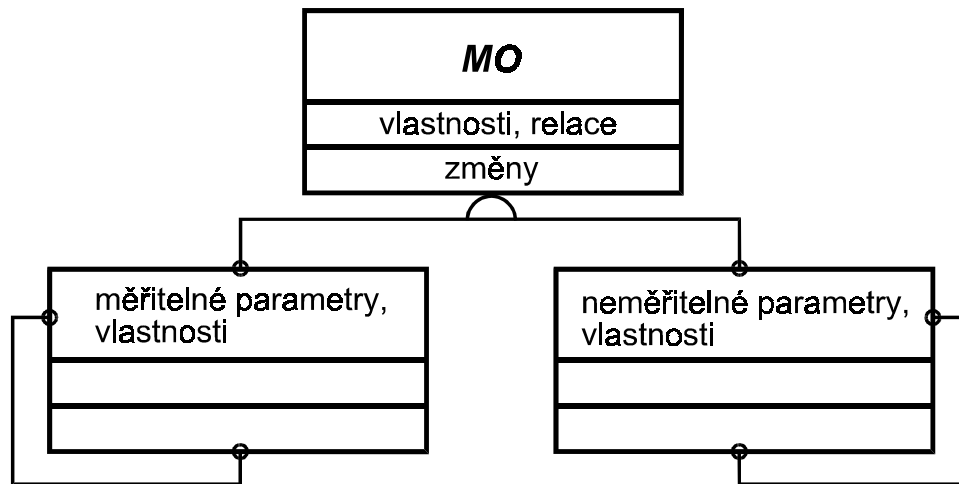
MOměřený objekt
MP..... měřicí přístroj, převodník ap.
P..... pozorovatel
R.....reference, etalon, standard
OPokolní pracovní prostředí



Obr. 1. 4: Objektově orientovaný model *MS*.

Objektově orientovaný princip umožňuje postupné zjemňování struktur a vlastností jednotlivých objektů ale i analýzu a návrh *MS* pomocí *CAD*. Příklad takového postupu je zřejmý z obr. 1.4 (pro celý *MS* dle obr. 1.3) a dále z obr. 1.5, odpovídajícího jen *MO*.

Třída objektu je vyjádřena třemi vrstvami (shora dolů):
 název,
 seznam atributů,
 fungování.



Obr. 1. 5: Objektově orientovaný model měřeného objektu *MO*.

Mezi hlavní přednosti objektově orientovaných modelů *MS* patří především vyšší úroveň abstrakce, objekty jsou opakovatelně použitelné, dobře udržovatelné, integrita celého systému a spolehlivost. Objektově orientovaný princip lze aplikovat jak pro jednoduché tak i velmi složité *MS* včetně aplikací síťových a distribuovaných ale i pro virtuální instrumentaci. Komplikovanější je však nezbytná a kvalitní specifikace elementů a složek takového modelu, vytvoření a standardisace knihovny tříd objektů.

1.3 základní úlohy měření

Cílem měření je často určení průběhu neznámé vstupní veličiny (signálu) $x(t)$ ze známé výstupní veličiny (signálu) $y(t)$ pomocí měřicího převodníku či systému *MS*, jehož vlastnosti lze matematicky popsat operátorem A . Formálně tedy [1.7] je

$$y(t) = A x(t) + \eta(t) \quad \dots (1.1)$$

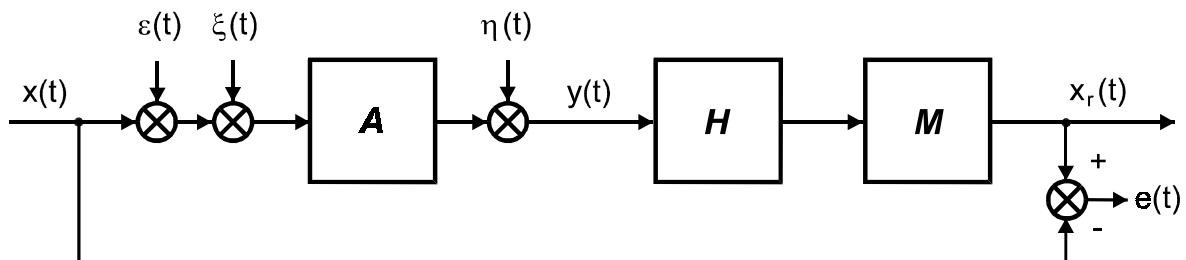
kde $\eta(t)$ jsou chyby měření.

Takové problémy se v matematice označují jako inverzní . Jejich řešení bývá velmi citlivé na chyby $\eta(t)$ i nejistoty v určení operátoru A , t.zn. že malé změny v A a η mohou vést k velkým chybám v při výpočtu $x(t)$. Při měření se obvykle vyskytují další ovlivnění, způsobená vlastním šumem MO a fluktuacemi $\varepsilon(t)$ a také interakcí mezi MO a MS $\xi(t)$, které se v nejjednodušším případě superponují se signálem $x(t)$, takže

$$y(t) = A[x(t) + \varepsilon(t) + \xi(t)] \quad \dots (1.2)$$

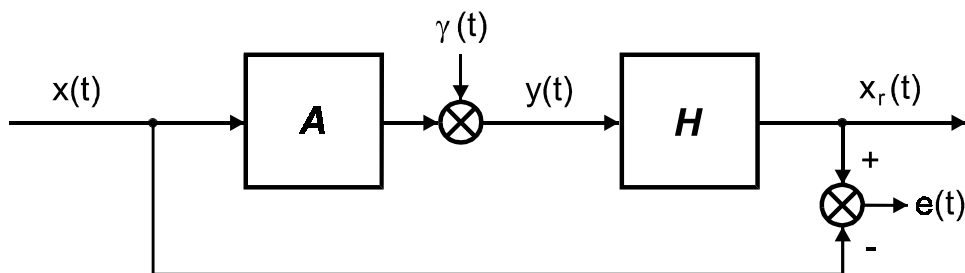
Pokud budou chyby a rušení zanedbatelné (např. $\varepsilon(t) = \xi(t) = \eta(t) = 0$) , pak je rovnou

$x(t) = A^{-1} y(t)$, kde A^{-1} je operátor inverzní ku A . V reálném případě se v procesu rekonstrukce hledá a užívá jistý operátor $H \approx A^{-1}$ (Obr.1.6), operátorem M je vyjádřena návaznost na standardy a etalony R . Výsledná chyba $e(t)$ je rozdíl mezi rekonstruovaným $x_r(t)$ a původním signálem $x(t)$:



Obr. 1. 6: Obecný problém měření (průběhu $x(t)$).

Jednotlivé chyby lze shrnout do jedné proměnné : $\gamma(t) = \eta(t) + A[\varepsilon(t) + \xi(t)]$ a operátor M do H . Potom je představa řešení inverzní úlohy zjednodušená:



Obr. 1. 7: Zjednodušený model inverzního problému měření.

V podstatě existují dvě verze formulace inverzního problému. V prvé verzi se hledá takový operátor H , aby jistý konvexní funkcionál chyb výsledku měření $e(t)$ byl minimální :

$$H = \arg \min_H F\{H y(t) - x(t)\} \quad \dots (1.3)$$

Pokud jsou $x(t)$ a $y(t)$ realizace stacionárního (náhodného) procesu, doba pozorování nekonečná a operátor A časově nezávislý, pak kriteriem F může být rozptýl chyby $e(t)$ [1.8]. Tento postup vyžaduje jisté *a priori* informace, ale jde o korektní úlohu.

Druhá verze formulace inverzního problému je tradičně matematická a kriteriem jsou výstupní signály :

$$x_r(t) = \arg \min_x F\{A x(t) - y(t)\} \quad \dots (1.4)$$

Tento postup je obecně spojen s řadou obtíží [1.7] a někdy může jít o nekorektní úlohu, kdy nejmenší $F\{A x(t) - y(t)\}$ negarantuje malou chybu výsledků měření.

1.4 obecný měřicí převodník MP

Do tohoto termínu lze zahrnout jak jeden měřicí přístroj, senzor, tak převodníky neelektrických veličin i obvody pro úpravu, přenos a zpracování signálů. Oproti předchozímu odstavci je znám (odvozen, nebo předpokládán) inverzní operátor A^{-1} .

1.4.1 Jeden analogový vstup i výstup MP :

Pro odvození vlastností měřicího převodníku s jedním analogovým vstupním $x(t)$ a jedním analogovým výstupním $y(t)$ signálem se obvykle vychází z diferenciální rovnice, popisující za jistých, přijatelných předpokladů chování MP . Podle řádu diferenciální rovnice se označuje i řád MP .

Chování ideálního MP 0. řádu popisuje lineární rovnice :

$$a_0 y(t) = x(t) \quad \dots (1.5)$$

kde a_0 je konstanta, nebo také $y(t) = k \cdot x(t)$, kde $k = 1/a_0$.

U reálného MP však $a_0 \neq konst$ a při $x = 0$ je $y_0 = b \neq 0$ (ofset). Navíc jak a_0 tak b závisí na vnějších ovlivňujících veličinách (např. na teplotě, napájení, na čase), na velikosti vstupního signálu ale i na změnách vnitřních stavů. Dochází k odchylkám od ideální charakteristiky, dle rov.(1.5), vznikají statické chyby (které nezávisí na rychlosti změn $x(t)$, tedy ani na kmitočtu či tvaru $x(t)$). Vztažena na vstup MP je absolutní chyba $\Delta = X_N - X_S$, relativní chyba $\delta = \Delta / X_N \approx \Delta / X_S$, kde je X_N ... skutečně naměřená a X_S ... ideální (konvenčně) správná hodnota vstupu x .

Pozn. : lépe by bylo tvrdit, že správnou hodnotu X_S lze očekávat v intervalu $X_N \pm \Delta_p$ s jistou pravděpodobností P . Hodnota Δ_p závisí jak na P tak i na tvaru rozdělení hustoty pravděpodobnosti.

Poměrná odchylka od linearity (třída přesnosti u výchylkových přístrojů) se vztahuje na rozsah X_K MP :

$$\delta_p = |\Delta_{max}| / X_K,$$

kde je Δ_{max} největší odchylka od přímky, proložené reálnou závislostí $y(x)$. Tato přímka je často vedena tak, aby byl minimální součet kvadrátů odchylek a ev. splněna další podmínka (např. prochází nulou).

Rozlišení Δ_{min} je nejmenší detekovatelná změna vstupní veličiny (např. 1 dílek, 1 LSD - Low Significant Digit ... cifra s nejmenší vahou, poslední místo v údají *MP*).

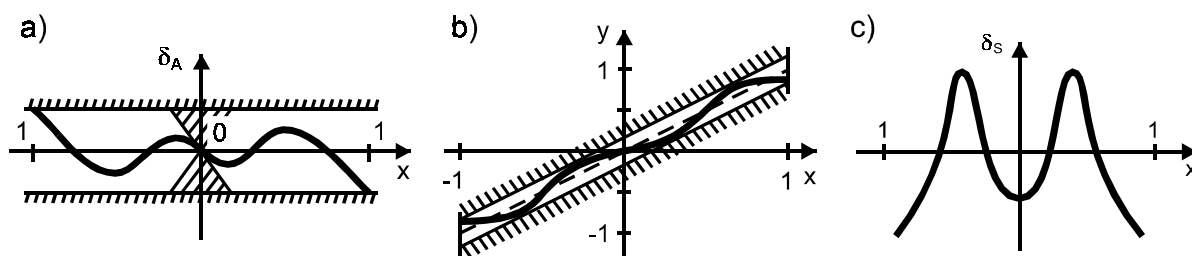
Citlivost reálného *MP* je zavedena $S_{x0} = (dy/dx)_0$ v aktuálním bodě x_0 .

Pro lineární (ideální) *MP* je $S = Y/X = 1/a_0 = konst.$

Závislost výstupu y na vstupu u reálného *MP* 0. řádu není lineární a lze ji vyjádřit řadou ve tvaru polynomu :

$$y(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + \dots \quad \dots (1.6)$$

kde konstanty $b_0, b_1, b_2, b_3, \dots$ vyjadřují tvar charakteristiky $y(x)$.



Obr. 1. 8: Charakteristiky reálného *MP* 0. řádu

Obecně je výhodné vyjadřovat závislosti v poměrných jednotkách, vztaženo vždy na příslušný rozsah (např. obr. 1.8a). Pokud by byly jak x tak y takové poměrné veličiny, pak by byla poměrná odchylka od linearity *MP* (viz obr.1.8b) :

$$\delta_A = y - x = b_0 + (b_1 - 1)x + b_2x^2 + \dots \quad \dots (1.7)$$

Průměrná strmost charakteristiky je v takovém případě $S_M = 1$. Strmost charakteristiky v jistém bodě je dána derivací :

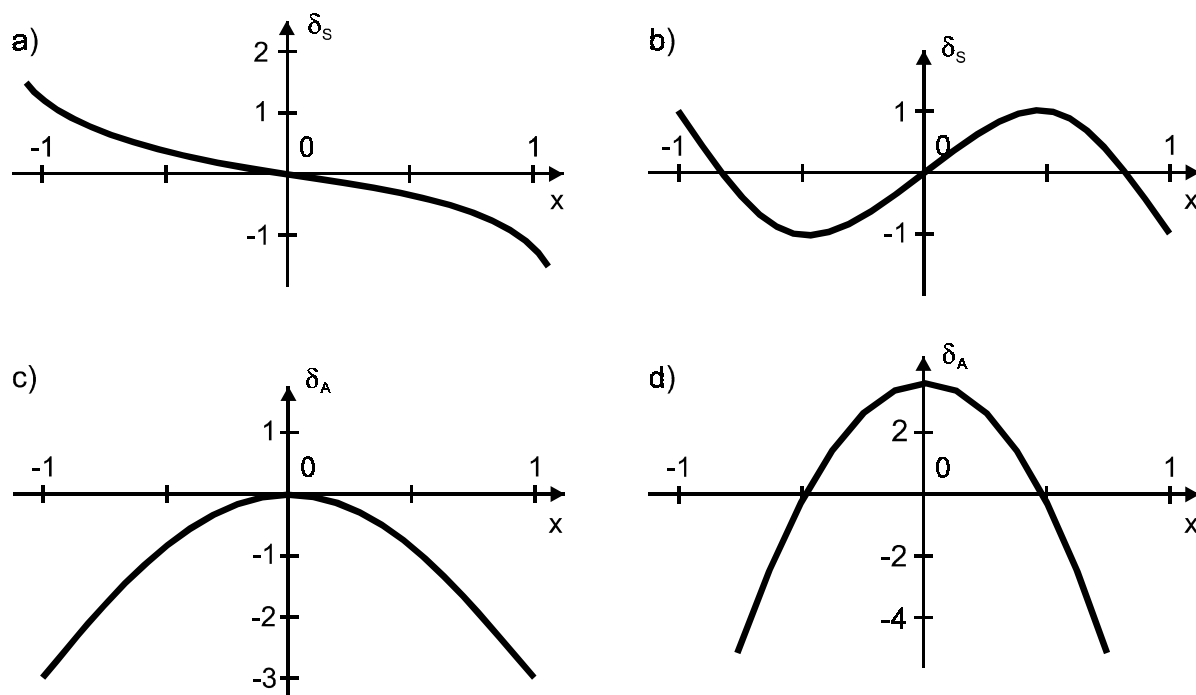
$$S = \frac{dy}{dx} = b_1 + 2b_2x + 3b_3x^2 + \dots$$

Poměrná odchylka strmosti je :

$$\delta_S = S - 1 = \frac{d\delta_A}{dx} = (b_1 - 1) + 2b_2x + 3b_3x^2 + \dots \quad \dots (1.8)$$

Pro situaci z obr. 1.8a je odvozena závislost $\delta_S(x)$ a vynesena v obr. 1.8c .

Pro jiné tvary charakteristiky $y(x)$ jsou na obr. 1.9a a obr. 1.9b vyneseny závislosti příslušné odchylky od linearity $\delta_A(x)$ a od strmosti $\delta_S(x)$. K vyjádření nelinearity senzorů a zesilovačů se obvykle užívá δ_A , zatímco u osciloskopů je to spíše δ_S .



Obr. 1. 9: Typické závislosti odchylek $\delta_A(x)$ a $\delta_S(x)$.

Když bude vstupním signálem reálného MP 0. řádu s nelineární charakteristikou $y(x)$ harmonický průběh $x(t) = X_m \sin \omega t$, pak výstupní signál $y(t)$ nebude čistě harmonický. Bude kromě základní frekvence ω obsahovat i vyšší harmonické ($2\omega, 3\omega, \text{atd.}$).

Pokud bude charakteristika $y(x)$ navíc nesymetrická, pak vznikne i stejnosměrná složka v průběhu $y(t)$:

$$Y_0 = \frac{1}{2}b_2X_m^2 + \frac{3}{8}b_4X_m^4 + \dots$$

1. harmonická má maximum $Y_{1m} = b_1X_m + \frac{3}{4}b_3X_m^3 + \frac{5}{8}b_5X_m^5 + \dots$

2. harmonická má maximum $Y_{2m} = \frac{1}{2}b_2X_m^2 + \frac{1}{2}b_4X_m^4 + \dots$

3. harmonická má maximum $Y_0 = \frac{1}{4}b_3X_m^3 + \frac{5}{16}b_5X_m^5 + \dots \text{ atd.}$

Zkreslení i -tou harmonickou se vyjádří činitelem zkreslení $k_i = Y_{im}/Y_{1m}$ a celkový činitel zkreslení je potom

$$THD = \sqrt{k_2^2 + k_3^2 + k_4^2 + \dots}$$

Protože efektivní a maximální hodnoty jsou si úměrné, je celkové harmonické zkreslení stejné i když je počítáno z efektivních hodnot. Protože jsou násobky koeficientů b_i pro $i = 1, 2, 3, \dots$ při výpočtu velikosti harmonických složek vždy zlomky menší než 1, jsou také dílčí činitele zkreslení menší než poměrné odchylky charakteristiky $y(x)$ od linearitu a od strmosti.

➤ Chování ideálního MP 1. řádu v **časové oblasti** popisuje diferenciální rovnice:

$$\frac{a_1 dy(t)}{dx} + a_0 y(t) = x(t) \quad \dots (1.9)$$

jejíž řešení v poměrných jednotkách je vyjádřeno exponenciální závislostí :

$$\frac{y(t)}{y_0} = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \dots (1.10)$$

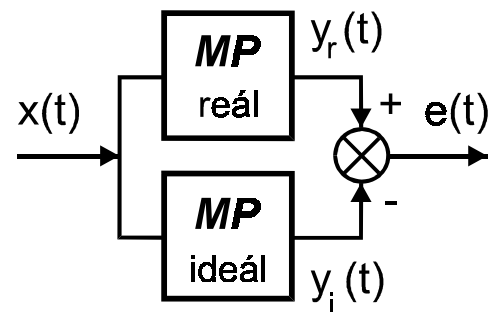
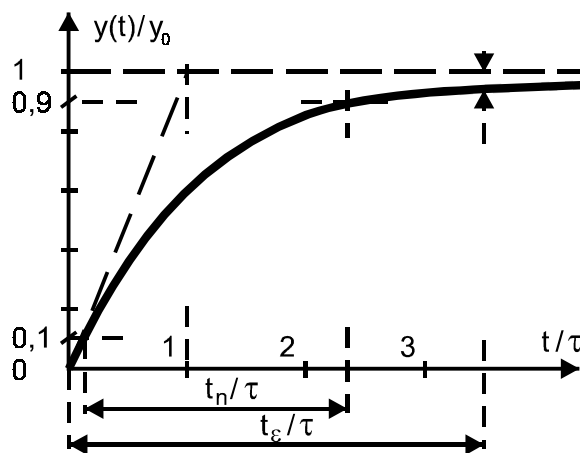
kde je y_0 velikost výstupu v ustáleném stavu ($y_0 = k \cdot x(\infty)$), a_1 , $a_0 = 1/k$ konstanty a $\tau = a_1/a_0$ časová konstanta průběhu $y(t)$.

Výstupní signál se opoždí za vstupem - vzniká poměrná dynamická chyba MP:

$$\varepsilon(t) = \frac{y(t) - y_0}{y_0} = e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \dots (1.11)$$

Při skokové změně vstupu $x(t)$ se výstupní $y(t)$ přiblíží k ustálené hodnotě y_0 s poměrnou odchylkou menší než jisté (přípustné) ε až za jistou dobu t_ε/τ (doba prodlevy, doba ustálení). Takový MP má charakter dolní propusti.

Doba potřebná pro změnu výstupu z 0,1 na 0,9 $y(t)/y_0$ je doba náběhu t_n (v obr. 1.10 je vyjádřena v poměrných jednotkách t_n/τ).



Obr. 1. 10: Odezva MP 1. řádu na skok v $x(t)$. Obr. 1. 11: K dynamické chybě $e(t)$.

Pro obecný průběh vstupu $x(t)$ je možno zavést dynamickou chybu $e(t)$, vztaženou na výstup jako rozdíl mezi výstupem reálného $y_r(t)$ a ideálního MP $y_i(t)$ (obr. 1.11) :

$$e(t) = y_r(t) - y_i(t)$$

Kvalitu daného MP lze pro jistý daný signál $x(t)$ a dobu pozorování (t_1 , t_2) vyjádřit některým z integrálních parametrů (střední, efektivní, ev. maximální hodnota) z průběhu $e(t)$.

Při harmonickém vstupním signálu $x(t) = X_m \sin \omega t$ je také výstupní signál ideálního MP 1. řádu harmonický: $y(t) = Y_m(\omega) \sin[\omega t + \varphi(\omega)]$, t.j. na kmitočku ω vstupního signálu závisí jak amplituda Y_m tak i fázový posun φ (mezi signály x a y):

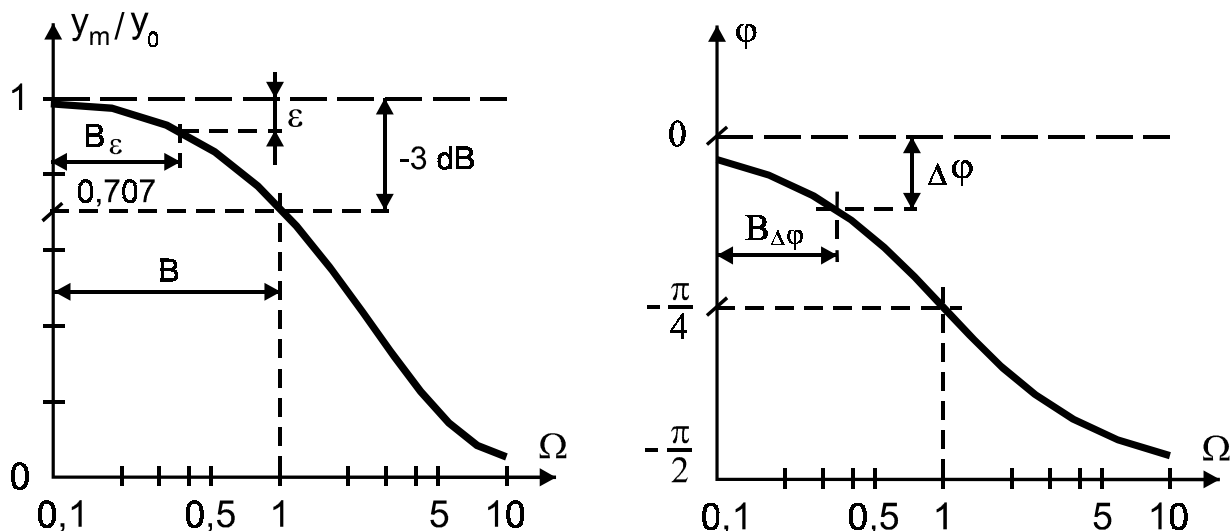
$$\frac{Y_m(\omega)}{y_0} = \frac{1}{(1 + \Omega^2)} \quad \dots (1.12)$$

a

$$\varphi(\omega) = -\arctg \Omega \quad \dots (1.13)$$

kde je $\Omega = \omega/\omega_n$ poměrný kmitočet vstupního signálu, vztažený na "vlastní" kmitočet MP $\omega_n = 2\pi/\tau$, (τ je časová konstanta MP).

Přípustné poměrné odchylce v amplitudě ε odpovídá jistá šířka pásma B_ε kmitočtů vstupního signálu, které je schopen daný MP přenášet "amplitudově věrně" (s povolenou odchylkou - obr. 1.12). Obdobně přípustné chybě ve fázi $\Delta\varphi$ odpovídá pásmo kmitočtů $B_{\Delta\varphi}$, kdy je fázový posun mezi x a y menší než je přípustno (přenos je "fázově věrný").



Obr. 1. 12: Amplitudová (vlevo) a fázová (vpravo) frekvenční charakteristika MP 1. řádu (Dolní propust DP).

Pro $\Omega = 1$ je amplitudová odchylka -3 dB, které odpovídá šířka pásma B . Pro MP 1.řádu platí mezi frekvenční a časovou oblastí často užívaný vztah:

$$B = 0,35/t_n \quad \dots (1.14)$$

kde t_n je doba náběhu pulzu (odezvy na skok).

U reálného MP 1. řádu nejsou parametry a_0 , a_1 (ev. k a τ) konstanty, ale závisí např. na velikosti ev. strmosti vstupního signálu, ap. Rovnice (1.9) je potom nelineární a její řešení v časové oblasti (odezva na jednotkový skok) není čistě exponenciální.

➤ Chování ideálního MP 2. řádu popisuje diferenciální rovnice :

$$\frac{a_2 d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{a_1 dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = x(t) \quad \dots (1.15)$$

kde a_2, a_1, a_0 jsou konstanty .

- V případě, kdy je $a_1 = 0$ (*MP* nemá žádné tlumení), kmitá výstup *MP* po vybuzení pulzem vstupního signálu vlastním kmitočtem ω_n :

$$\omega_n^2 = \frac{a_0}{a_2} = \left(\frac{2\pi}{T_n} \right)^2 \quad \dots (1.16)$$

kde T_n je perioda vlastních kmitů netlumeného ústrojí .

- V obecném případě je však

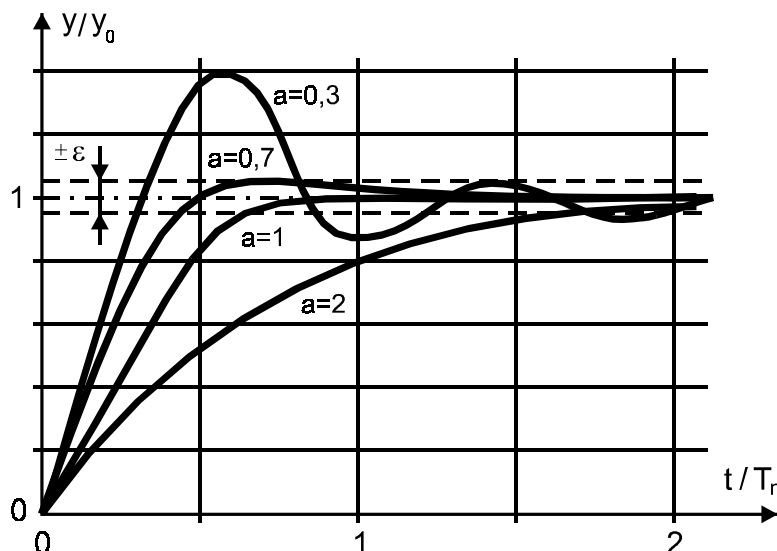
$$\omega^2 = \frac{a_0}{a_2} - \frac{a_1^2}{4a_2^2} \quad \dots (1.17)$$

- když je $\omega^2 < 0$, pak je odezva $y(t)$ na jednotkový skok $x(t)$ aperiodická, *MP* je přetlumen,
- když je $\omega^2 = 0$, dochází ke kritickému tlumení (odezva je “na mezi aperiodicity“):

$$a_{1kr} = \sqrt{4a_0 a_2} \quad \dots (1.18)$$

Poměrné tlumení se vztahuje ke kritickému : $a = a_1/a_{1kr}$: (*MP* který má $a < 1$ je podtlumený, zatímco při $a > 1$ je přetlumený - viz obr. 1.13).

- když je $\omega^2 > 0$, dochází k periodickému průběhu odezvy $y(t)$ (tlumené kmitý), *MP* je málo tlumený.



Obr. 1. 13: Odezva ideálního *MP* 2. řádu na skok v $x(t)$.

Podobně jako u *MP* 1. řádu lze i zde nalézt pro přípustnou odchylku ϵ a dané poměrné tlumení a , dobu potřebnou k ustálení $t_\epsilon/T_n \dots$

Při harmonickém vstupním signálu $x(t) = X_m \sin \omega t$ je v ideálním případě také výstupní signál v ustáleném stavu harmonický :

$$y(t) = Y_m(\omega) [\sin \omega t + \varphi(\omega)] \quad \dots (1.19)$$

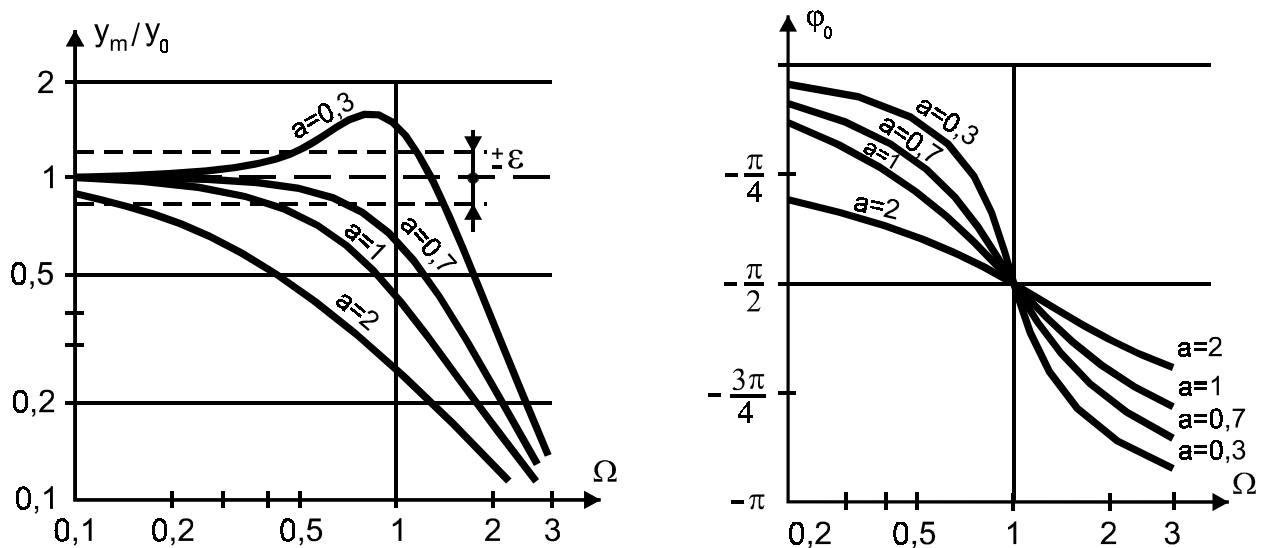
kde na poměrném kmitočtu $\Omega = \omega/\omega_n$ závisí jak amplitudová frekvenční charakteristika :

$$\frac{Y_m(\omega)}{y_0} = \frac{1}{\left[(1 - \Omega^2)^2 + (2a\Omega)^2 \right]^{1/2}} \quad \dots (1.20)$$

tak i její fázová část :

$$\varphi(\omega) = -\text{arctg} \left[\frac{2a\Omega}{1 - \Omega^2} \right] \quad \dots (1.21)$$

Pro přípustnou poměrnou odchylku v amplitudě $\pm \varepsilon$ a dané poměrné tlumení a lze nalézt odpovídající šířku pásma B_ε . Největší šířku B_ε dosahuje *MP* s tlumením lehce podkritickým ($a \approx 1$).



Obr. 1. 14: Amplitudová (vlevo) a fázová (vpravo) frekvenční charakteristika *MP* 2. řádu.

U reálného *MP* 2. řádu nejsou parametry a_0, a_1, a_2 v rov. (1.15) konstantní, jak bylo uvedeno, ale jsou závislé na signálu $x(t)$ (ev. dalších veličinách) a tedy rov. (1.15) je nelineární.

1.4.2 Jeden ze signálů (x nebo y) je kmitočet f :

To jsou především převodníky analogové veličiny x na kmitočet - s frekvenční modulací (*FM*). V nejjednodušším případě je frekvence výstupního signálu $f_y = k \cdot x$ (úměrná velikosti vstupní veličiny x). Pro převod obou polarit signálu x je to $f_y = k \cdot x + f_c$.
kde $f_c \dots$ je středová frekvence, odpovídající signálu $x = 0$.

Tyto *MP* jsou velmi často užívané ke galvanickému oddělení mezi měřeným objektem a měřicím systémem. Pokud se velikost vstupního x vyhodnocuje čítáním kmitočtu f_y , ovlivňuje dynamiku takového *MP* především doba čítání $(t_2 - t_1)$, které odpovídá průměrná hodnota signálu \bar{x} . Pokud se však využije měření doby periody $T_y = 1/f_y$, pak se měří vlastně průměr $x(t)$ za dobu periody T_y . Menším hodnotám x pak odpovídá delší doba průměrování (převodu). I když má kmitočet sám o sobě charakter "analogový", musí se už počítat při vyhodnocení s jistou kvantifikací. Základní chybou v obou případech je kvantizační chyba, neboť obecně nebývá začátek a konec doby čítání synchronní s měřeným f_y (ev. dobou periody T_y). Měření doby periody se užívá i pro obdobné *MP*, které pracují s pulzně-šířkovou modulací (*PWM*) při převodu na analogovou veličinu x .

Také u převodníků duálního charakteru, t.j. f_x/y , nebo T_x/y je převod zpožděn o dobu nutnou k vyhodnocení - převodu.

1.4.3 Jeden ze signálů je analogový, druhý digitální :

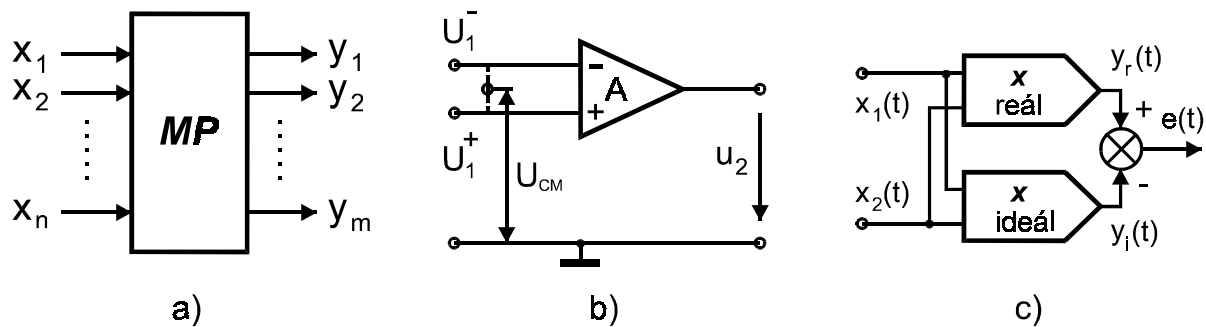
Pokud je vstup x analogový a výstup digitální D_y (dvojkový, dekadický či jiný kód, číslo ap. a seriový, nebo paralelní). Výstup D_y je vždy zatížen minimálně chybou kvantování, je zpožděn nejméně o dobu T_p , potřebnou k převodu $x \rightarrow D_y$.

Pokud je naopak vstupem *MP* digitální kód D_x a výstupem je analogová veličina y , pak chyby opět závisí na hustotě diskretizace (počtu bitů) a vlastnostech *MP* (reference, monotónnost, doba nastavení a ustálení).

1.4.4 *MP* s n vstupy a m výstupy

Moderní *MP*, zvl. senzorové systémy mohou mít více vstupních i výstupních signálů, obecně $x_i, i \in (1, \dots, n)$ a $y_j, j \in (1, \dots, m)$. Může docházet ke vzájemnému ovlivnění mezi vstupními i výstupními signály (interference a přeslechy). Např. může j -tý výstup interferovat s i -tým vstupem (přeslech výstup-vstup), což lze vyjádřit dílčími citlivostmi: $S_{ij} = dy_j / dx_i$, které představují prvky matice $n \times m$. Při stejném n i m je matice dílčích citlivostí čtvercová a diagonální. Pro kvalitativní ocenění takového *MP* se proto zavádějí další parametry, např.:

selektivita :
$$\Lambda = \min \left\{ \frac{S_{ii}}{\sum_{j=1}^n |S_{ij}| - |S_{ii}|} \right\}, \text{ ev. další.}$$



Obr. 1. 15: a) *MP* s n vstupy a m výstupy, b) rozdíl. zesilovač, c) násobička

Rozdílový zesilovač je příkladem takového *MP*. V ideálním případě je výstupní napětí úměrné rozdílu dvou vstupních napětí $U_{2id} = A \cdot (U_{1+} - U_{1-})$. Oproti zemi však mají vstupy (invertující “-“ a neinvertující “+“) společné napětí $U_{1CM} = (U_{1+} + U_{1-}) / 2$. Část tohoto napětí ($A_{CM} \cdot U_{1CM}$) se u reálného rozdílového zesilovače objeví i ve výstupu U_{2r} , jako chyba - rušení typu CM :

$$\Delta_{CM} = U_{2r} - U_{2id} = A_{CM} \cdot U_{1CM} .$$

Jednoduchým *MP* tohoto druhu je také analogová násobička. V ideálním případě je výstupem $y_{id} = x_1 \cdot x_2$ (součin vstupních signálů x_1 a x_2).

Při pomalých změnách vstupních signálů dochází u reálné násobičky ke statickým chybám, které lze vyjádřit modelem typu “reál – ideál“ :

$$\Delta y = y_r - y_{id} = y_0 + k_{x1} x_2 + k_{x2} x_1 = f(x_1, x_2)$$

kde jsou na pravé straně rovnice postupně :

offset y_0 , průnik signálu x_1 do druhého vstupu a člen odpovídající průniku signálu x_2 do prvního vstupu.

1.5 korekce, kalibrace a testování

1.5.1 - korekce

Chyby a nedostatky reálného *MP* je možno zmenšit a někdy i zcela odstranit korekcemi (kompenzací). Korigují se např. staticky nelinearity závislosti $y(x)$, ale i změny charakteristiky, způsobené ovlivňujícími veličinami z (nejčastěji se kompenzuje vliv teploty). Při dynamické korekci se za reálný *MP* zařazuje člen s inverzní přenosou charakteristikou.

Tyto korekce lze realizovat jak prostředky technickými (HW) - obvody s inverzní závislostí, tak početně - programovými prostředky (SW).

Nejčastější statickou korekcí je linearizace průběhu $y(x)$. Do serie s reálným *MP* je zařazen linearizační člen, nebo se využije diferenciálního zapojení, nebo se naměřené hodnoty početně (SW) opravují podle skutečné, cejchováním zjištěné závislosti $y(x)$.

Závislost na ovlivňující veličině z lze korigovat několika způsoby. V každém případě je nutno znát jak závislost $y(x; z)$ tak i aktuální hodnoty ovlivnění z .

Jednoduchým příkladem kompenzace vlivu teploty je měření teplot termočlánkem, kdy se používá kompenzační obvod. Napětí termočlánku je úměrné rozdílu teplot mezi teplým a studeným koncem. Teplota studeného konce se udržovala v klasickém případě v lázni s ledem na 0°C , nebo se vztahovala k aktuální teplotě okolí. Dnešní systémy používají pro daný druh termočlánku (dvojici kovů) speciální kompenzační obvod, který generuje napětí, závislé na teplotě okolí a superponuje ho s měřeným signálem takovým způsobem, jako by vztažnou teplotou bylo 0°C . Teplota okolí je v kompenzačním obvodu měřena termistorem.

Závislosti $y(x; z)$ se často vztahují k základní závislosti $y_0(x; z_0)$ pro jistou výchozí (referenční) hodnotu $z = z_0$. Pro početní korekci se vyjadřují polynomy:

$$y(x, z) = c_0(z) + [1 + c_1(z)] \cdot y_0(x, z_0) + c_2(z) y_0^2(x, z_0) + \dots$$

Závislosti $c_i(z)$ pro $i = 0, 1, 2, \dots, n$ popisují vliv ovlivňujících faktorů. Při $z = z_0$ je jejich vliv nulový. Vyjadřují se opět pomocí polynomů:

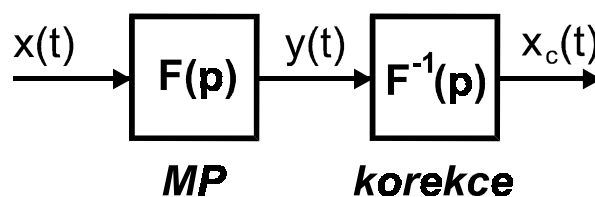
$$c_i(z) = d_{i1}(z - z_0) + d_{i2}(z - z_0)^2 + d_{i3}(z - z_0)^3 + \dots$$

kde koeficienty d_{ij} lze určit z naměřených závislostí některou z aproximačních metod (např. mnohonásobnou regresí). Podle počtu členů polynomů lze ovlivnit zbytkovou odchylku takové korekce.

Dynamická korekce znamená principiálně zařadit za *MP* takový člen měřicího řetězce, který má přenos inverzní vzhledem k přenosu *MP* (obr. 1.16). Je-li obraz přenosu *MP* známý $F(p)$ pak má korekční člen přenos $1/F(p)$ a konvolucí se dostane korigovaný signál, odpovídající vstupu:

$$x_c = \int_0^t y(t - \tau) \cdot g(\tau) d\tau = y(t) * g(t)$$

kde je $g(t) = L^{-1} \{ 1/F(p) \}$ váhová funkce.



Obr. 1. 16: Princip dynamické korekce.

Snazší realizace dynamické korekce je v případě, kdy je časová závislost vstupu $x(t)$ vyjádřena diferenciální rovnicí v závislosti na výstupu $y(t)$. Často stačí předpokládat, že *MP* je člen 1. , nebo 2. řádu . Vstupní signál $x(t)$ se pak počítá z hodnot výstupních $y(t)$ a jejich derivací. Při číslicové realizaci se v jednoduchém případě nahrazují derivace diferencemi. Každou další, vyšší derivací $y(t)$ stoupá vliv šumu a chyb v korigovaném průběhu $x_c(t)$.

1.5.2 - kalibrace, cejchování

Při statické kalibraci se na vstup *MP* přivede dobře známá velikost x_n a zjišťuje se tomu odpovídající hodnota y_n . Protože jak etalonové (kalibrační) vstupní hodnoty x_n tak i odpovídající y_n jsou známy s jistou, omezenou přesností a nejistotou, vyhodnocuje se taková kalibrace $y(x)$ obecně pomocí polynomů (viz např. rov. 1.6). Velikost příslušných součinitelů se hledá pomocí regrese, vyrovnáním, aproximací s různými kritérii minima, nejčastěji:

S - aproximace (min. suma kvadrátů odchylek) je standardním postupem, kdy se odchylky Δ_k naměřených hodnot y_k od hledaného polynomu $f(a_1, a_2, \dots, a_m; x_k)$ uvažují se stejnou vahou $p_k = 1$,

R - aproximace (min. suma absolutních hodnot odchylek) není citlivá na hrubou chybu v jednom naměřeném bodě,

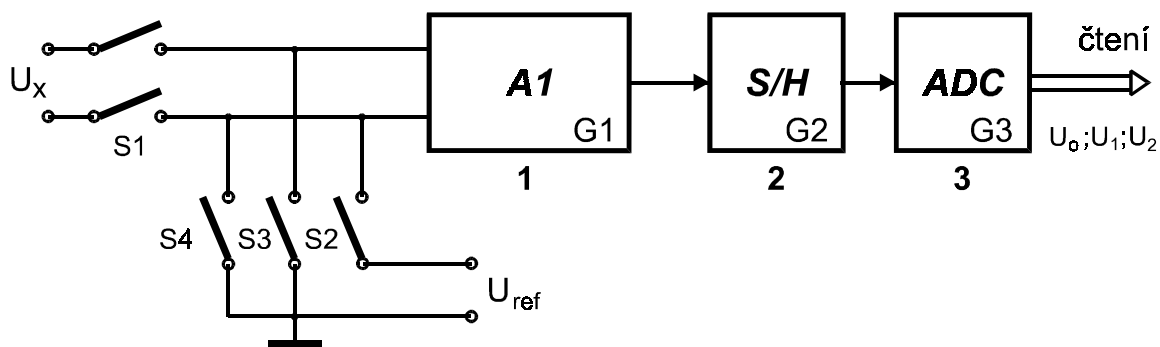
T - aproximace (Čebyševova, kdy se hledá takový případ, kdy je minimální hodnota maximální odchylky) má specifické postavení v technice senzorů.

Doporučuje se, aby počet bodů n , v nichž se kalibruje, byl 5x větší, než počet hledaných součinitelů m a tato měření se vícekrát opakovala.

V praxi se vychází často z předpokladu, že *MP* je lineární a stačí tedy 2 hodnoty x_n např. nula - plný rozsah (maximum). V každém realizovatelném případě je však lepší cejchovat ve třech bodech, např.: minimum - nula - maximum. *MP* s výraznější odchylkou od linearit je nutno cejchovat ve více bodech rozsahu. Volba (poloha) jednotlivých kalibračních hodnot se optimalizuje podle charakteru nelinearity.

Přesnější kalibrace vyžaduje více času (opakování) a častější opakování. Zkracují se intervaly mezi jednotlivými kalibracemi a méně času je možno věnovat vlastnímu měření. V technických měřeních by mělo být normou cejchovat všechny měřicí řetězce před i po skončení vlastního měření - k posouzení, zda během měření došlo či nikoli k nepřipustně velkým změnám.

Měřicí karty pro PC i přesnější multimetry mají zabudovanou automatickou kalibraci, realizovanou sekvencí spínačů na vstupu. Typický měřicí řetězec je složen postupně ze zesilovače, vzorkovacího obvodu a ADC (obr. 1.17). K dosažení vysoké přesnosti se periodicky v daných či zvolených časových intervalech opakuje automatická kalibrace:

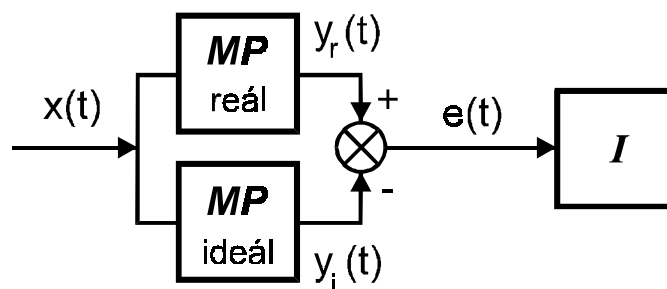


Obr. 1. 17: Blokové schéma vstupu měřicí karty PC při autokalibraci.

- a) při sepnutí pouze S3 a S4 je na vstupu A1 připojena zem a výstupní čtení odpovídá celkovému offsetu : $U_0 = [(U_{01} \cdot G_1 + U_{02}) \cdot G_2 + U_{03}] G_3$,
- b) rozezne se S3 a sepne S2 - na vstupu je přesné referenční napětí U_r , čtení na výstupu je : $U_1 = \{[(U_r + U_{01}) G_1 + U_{02}] G_2 + U_{03}\} G_3$. Odtud je celkové zesílení: $G = (G_1 \cdot G_2 \cdot G_3)^{-1} = U_r / (U_1 - U_0)$. Do paměti mikroprocesoru *uP* se uloží U_0 a G .
- c) rozezne se jak S2 tak i S4 a sepnou se S1 . Z výstupního čtení U_2 se vypočte měřené napětí $U_x = G \cdot (U_2 - U_0)$.

Navíc *uP* kontroluje, zda hodnoty G a U_0 jsou v jistých mezích. Pokud tomu tak není, generuje chybové hlášení. Pokud má měřicí karta senzor teploty, sledují se změny teploty na desce a při překročení jistých daných změn se autokalibrace spouští automaticky. Do této skupiny patří především karty druhu “Plug & Play“.

Při dynamické kalibraci by měl mít kalibrační signál tvar krátkého impulzu (např. úder impulzním kladívkem do senzoru zrychlení). Obecně se však takový tvar obtížně realizuje. Proto je častěji tvar kalibračního signálu $x(t)$ sinusový, nebo obdélníkový. Výsledkem kalibrace je dynamická chyba $e(t)$ daného *MP* ev. její integrální hodnoty (podle zvoleného funkcionálu I). Na obr. 1.18 je schematicky zobrazen takový kalibrační proces.



Obr. 1. 18: Schéma obecného kalibračního procesu.

Snahou bývá kalibrovat takovým tvarem vstupního signálu $x_0(t)$, aby hodnota funkcionálu $I[x(t)]$ byla maximální :

$$x_0(t) = \arg \max_{x \in X} I[x(t)] \quad \text{tj.} \quad I_0 = I[x_0(t)]$$

Nejčastěji se uvažuje :

a) $I(x) = \max |e(t)|$ anebo b) $I(x) = \frac{1}{T} \int_0^T e^2(t) dt$

Analogový *MP* s charakterem dolní propusti *DP* (s horním mezním kmitočtem ω_h) je možno testovat signálem trojúhelníkovým o amplitudě X_m a strmosti signálu, která odpovídá ω_h . Vychází-li se z předpokladu, že takový *MP* by měl bez zkreslení přenášet sinusové kmitočty od 0 do ω_h , pak by měl mít kalibrační trojúhelníkový signál $x_0(t)$ jen takovou amplitudu X_m a takovou periodu $T=1/f$, aby nebyla překročena odpovídající rychlost změn $(dx_0/dt)_{max} = X_m/(T/2) \leq \omega_h \cdot X_m/2$, tedy o kmitočtu $f \leq \pi f_h/2$.

Pro analogový *MP* s charakterem hodní propusti *HP* (s dolním mezním kmitočtem ω_d) lze obdobným postupem odvodit, že je vhodný testovací signál obdélníkový o kmitočtu $f \geq \pi \cdot f_d/2$.

Pokud je v *MP* obsažena digitalizace (kvantování v úrovni a vzorkování v čase), lze k výpočtu dynamické chyby $e(nT_s)$ užít přímo rozdílů vzorků $n \cdot T_s$ reálné a ideální větve (obr. 1.19) : $e(nT_s) = y_r(nT_s) - y_i(nT_s)$ a numerických metod výpočtu funkcionálu I . Nebo by bylo možné ze vzorků $y(nT_s)$ rekonstruovat spojitý signály pomocí ideálního dolnoproputného filtru a vyhodnocovat dynamickou chybu jako spojitou funkci (jako výše).

Ideální *DP* má však nekonečně dlouhou impulzní odezvu : $h_r(t) = [\sin(\pi t/T_s)]/(\pi t/T_s)$. Při výpočtu dynamické chyby by bylo nutno se omezit na jistý konečný časový interval a zbylé složky zanedbat, což by se stalo zdrojem přidavných chyb.

1.5.3 -testování funkcí a stavů *MP* :

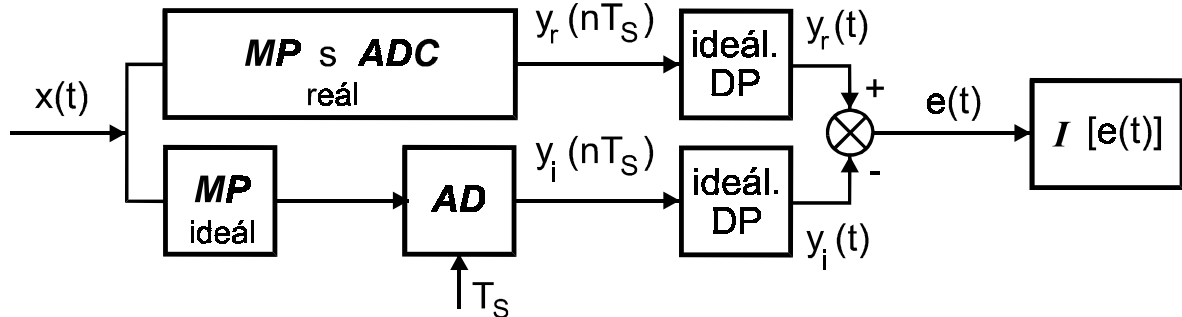
Moderní *MP* (specielně senzorové systémy, “smart“ komponenty ap.) jsou ve stále větší míře vybavovány *uP*, vlastní inteligencí a rozhodováním. Součástí těchto *tendencí* je automatická interní diagnostika a automatické testování funkcí i stavů. Výsledky těchto činností jsou uloženy v registrech a lze je číst nadřazeným počítačem, nebo se zobrazí na displeji *MP* slovně, nebo číselně a lze je identifikovat podle manuálu příslušného *MP*. Tyto zprávy jsou rozděleny do skupin podle jejich významu, např.: výsledky inicializace, autokalibrace, chyby měření, nesprávné nastavení funkcí, mimořádné externí/interní situace a podmínky, žádost o obsluhu ap.

Potřebnost diagnostiky moderních *MP* a *MS* narůstá se složitostí měřených úloh, s požadavky na výsledky měření i se složitostí *MS*. Vyžaduje se vysoká přesnost, rychlost a dlouhodobá stabilita *MP* a systémů pro sběr a zpracování dat. V kritických úlohách on-line se vyžaduje vysoká spolehlivost a udržitelnost. Chybné závěry, způsobené vadným *MP* či měřením, musí být vyloučeny. Tyto požadavky ovlivňují samozřejmě i návrh nových *MP* a *MS*, jejich *HW* i *SW* - respektují se zásady *testovatelnosti* na různých úrovních a různými prostředky, např. :

- využitím přidaných či přirozených referenčních zdrojů,
- instalací komponent a algoritmů odpovídající diagnostiky,
- programovatelně nastavitelnými *HW* elementy,

- přidavným managementem s daty (redundancí).

Základní prerekvizitou je analýza testovatelnosti MP a určení stupně testovatelnosti. K tomu existují různé míry a metody, vyjadřující poměry mezi celkovým počtem chyb, počtem detekovatelných a detekovaných chyb. Obecný algoritmus vychází postupně z blokového schématu MP , definice chybových stavů a funkcí, souboru - matice chyb až po návrh sady testů.



Obr. 1. 19: Schéma kalibrace MP s digitalizací

Příklady, otázky a problémy ke kapitole 1.

- 1.1 Vyjádřete tázacími zájmy 5 vrstev vlastností informace (dle obr. 1.1).
- 1.2 Konkretizujte složky přenosu informace (dle obr. 1.1) a) telegrafem, b) při přednášce, c) při přenosu hudby rozhlasem.
- 1.3 Vyjádřete vlivy okolí na proces měření (obr. 1.2). Uveďte konkrétní příklady působení na a) měřený objekt MO , b) měřicí systém MS , c) pozorovatele P , d) model MO .
- 1.4 Navrhněte seznam atributů a funkcí v objektově orientovaném modelu (obr. 1.4) pro měřicí převodník MP .
- 1.5 Uveďte příklady podoby operátoru A v rov. (1.1) a jeho inverze A^{-1} : a) pro rov. (1.5), b) pro měření teploty odporovým teploměrem, c) pro elektromechanické ústrojí s otočnou cívkou.
- 1.6 Na jakých veličinách a okolnostech závisí šum a na čem nelineární zkreslení výstupního signálu MP ?
- 1.7 Jaká poměrná doba ustálení t_g/τ je nutná pro přípustnou poměrnou chybu ε : a) do 1%, b) menší než je rozlišení 12-ti bitového ADC ?
- 1.8 Jak by bylo možno vztahnout dynamickou chybu $e(t)$ na vstup MP (na obr. 1.11 je vztahována k výstupu)?
- 1.9 Dokažte platnost rov. (1.14).
- 1.10 Pro jakou poměrnou frekvenci Ω má frekvenční amplitudová charakteristika MP 2. řádu maximum při poměrném tlumení a) $a = 0,1$, b) $a = 0,2$, c) $a = 0,5$?
- 1.11 Jak byste dokázali, že při malé poměrné chybě ε (např. 1%) je nejkratší doba ustálení při poměrném tlumení $a < 1$?

- 1.12 Čím je dána doba převodu T_p u ADC : a) integračního typu, b) s postupnou aproximací, c) s převodem napětí na kmitočet ?
- 1.13 Nelineární MP má výstup $y = k \cdot x^2$. Jakým členem, zařazeným za takový MP by bylo možno tuto závislost linearizovat ?
- 1.14 Diferenciální kapacitní senzor posuvu x má prakticky lineární závislost kapacity na poloze $C(x) = C_1(d_1) - C_2(d_2) = k \cdot x$. Přitom je $d_1 = d_0 + x$, $d_2 = d_0 - x$; $C \sim 1/d$. Dokažte a) graficky, b) početně.

Přehled literatury :

- [1.1] Čtvrtník V. : Elektronické měřicí systémy I. , VŠSE Plzeň, 1991.
- [1.2] Gitt W. : Information - die dritte Grundgröße neben Materie und Energie. Siemens Z., 1989, No 4, s.4-9.
- [1.3] Shannon C.E. : The mathematical theory of communication. Univ. Press Illinois, 1949.
- [1.4] Ďaďo St. : Limitation of the metrological properties. Measurement, 19, (1996), č.1, s. 49-54.
- [1.5] Göpel W. a dr. : Sensors, 1. díl, s.281, vyd. VCH, 1989
- [1.6] Yang Q., Butler C. : An Object - Oriented Model of Measuring Systems. IEEE Trans. IM-47, (Feb. 1998), No 1, s. 104 - 107 .
- [1.7] Solopčenko G. N. : Inverse Problems in Measurement. Measurement, 5, (1987), No 1, s. 10 - 19.
- [1.8] Layer E. : Theoretical Principles for Establishing a Hierarchy of Dynamic Accuracy. IEEE Trans. IM-46, (Oct. 1997), No 5, s. 1178 - 1182.
- [1.9] Krauss M., Woschni E.-G. : Messinformationssystemen. VEB Verlag Technik, Berlin, 1972.
- [1.10] Frühhauf U., Ji-Gou Liu : On the Evaluation and Analysis of the Testability of Analogue Circuits. IMEKO TC-4 Proc. 1996, s. 210 - 213.