Vzorce pro integrování

1. $\displaystyle\int x^a \,\mathrm{d}x = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C,\qquad \begin{cases} x \in \mathbb{R}, & a \in \mathbb{N}, \\ x \neq 0, & a \in \mathbb{Z},\ a \neq -1, \\ x > 0, & a \in \mathbb{R},\ a \neq -1, \end{cases}$
2. $\displaystyle\int \frac{1}{x} \,\mathrm{d}x = \ln|x| + C,\qquad x \neq 0,$
3. $\displaystyle\int e^x \,\mathrm{d}x = e^x + C,\qquad x \in \mathbb{R},$
4. $\displaystyle\int a^x \,\mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a} + C,\qquad x \in \mathbb{R},\ a \neq 1,\ a > 0,$
5. $\displaystyle\int \sin x \,\mathrm{d}x = -\cos x + C,\qquad x \in \mathbb{R},$
6. $\displaystyle\int \cos x \,\mathrm{d}x = \sin x + C,\qquad x \in \mathbb{R},$
7. $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2 x} \,\mathrm{d}x = \operatorname{tg} x + C,\qquad x \neq (2k+1)\tfrac{\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z},$
8. $\displaystyle\int \frac{1}{\sin^2 x} \,\mathrm{d}x = -\operatorname{cotg} x + C,\qquad x \neq k\pi,\ k \in \mathbb{Z},$
9. $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \,\mathrm{d}x = \arcsin x + C,\qquad x \in (-1,1),$
10. $\displaystyle\int \frac{1}{1+x^2} \,\mathrm{d}x = \operatorname{arctg} x + C,\qquad x \in \mathbb{R},$

Integrace součtu, rozdílu a násobku

Nechť k funkcím f a g existují primitivní funkce na intervalu (a,b). Potom na tomto intervalu platí:

a) $\displaystyle\int \big(f(x) \pm g(x)\big)\,\mathrm{d}x = \int f(x)\,\mathrm{d}x \pm \int g(x)\,\mathrm{d}x,$

b) $\displaystyle\int \alpha \cdot f(x)\,\mathrm{d}x = \alpha \cdot \int f(x)\,\mathrm{d}x,$ kde $\alpha \neq 0$ je reálná konstanta.

Integrace parciálních zlomků s reálným kořenem

(a) reálný kořen x_0 násobnosti jedna:

$$\int \frac{A}{x - x_0}\,\mathrm{d}x = A \ln|x - x_0| + C, \qquad C \in \mathbb{R}.$$

(b) reálný kořen x_0 násobnosti k:

$$\int \frac{A}{(x-x_0)^k}\,\mathrm{d}x = \frac{A}{1-k} \cdot \frac{1}{(x-x_0)^{k-1}} + C, \qquad C \in \mathbb{R}.$$

Schéma pro integraci „per partes“

Pro funkce u a v, které mají na intervalu (a,b) spojité derivace až do řádu 3 (obecně n) platí

$$\int u(x)v'''(x)\,\mathrm{d}x = \left|\begin{array}{ccc} D & & I \\ \hline u(x) & & v'''(x) \\ & + \searrow & \\ u'(x) & & v''(x) \\ & - \searrow & \\ u''(x) & & v'(x) \\ & + \searrow & \\ u'''(x) & & v(x) \\ & \xrightarrow[-\int]{} & \end{array}\right| = +u(x)v''(x) - u'(x)v'(x) + u''(x)v(x) - \int u'''(x)v(x)\,\mathrm{d}x$$